

# Dossier de candidature au jeu concours concernant

## **La conception d'un réseau de transport d'électricité**

organisé par

La Fédération Française des Jeux Mathématiques

et la

Société de Calcul Mathématique SA

avec l'appui de

*RTE*

*(Réseau de Transport d'Electricité)*

### **Participant**

Raphaël ROBBE

Mèl : [raphaelrobbe@hotmail.com](mailto:raphaelrobbe@hotmail.com)

Téléphone : 06 61 19 32 06

### **Résumé**

Coût de la solution (à l'euro près) :

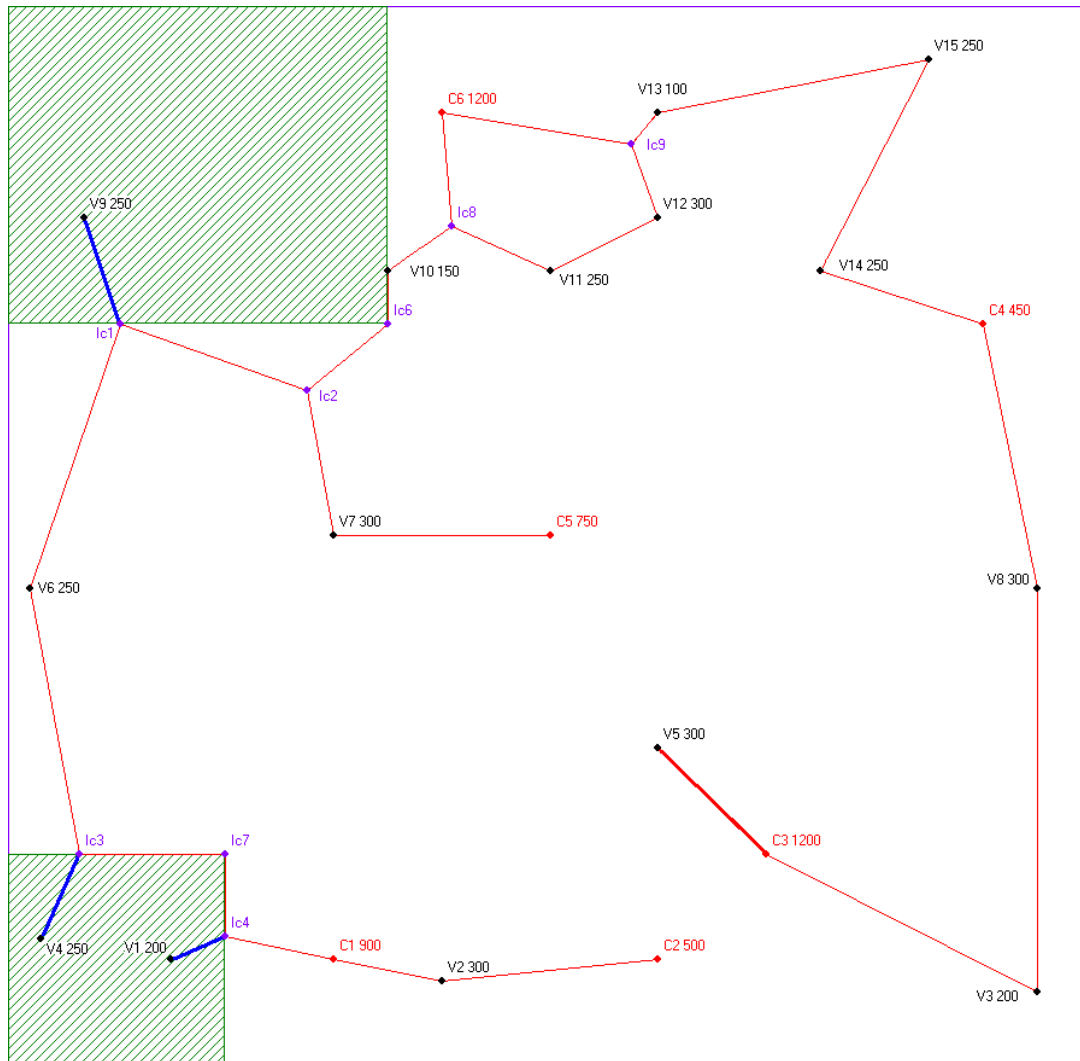
30 transformateurs		→	15 000 000	euros
24 lignes HT aériennes	24 km	→	7 200 000	euros
6 lignes HT enterrées	494,798 068 km	→	494 798 068	euros
25 lignes THT	4 301,876 649 km	→	4 301 876 649	euros

**Total :**

**4 818 874 717 euros**



## Aperçu global de la solution



Coordonnées des interconnexions (en kilomètre, arrondies au mètre) :

	x	y
Ic1	102,917	700
Ic2	275,591	637,401
Ic3	65,926	200
Ic4	200	121,494
Ic6	350	700
Ic7	200	200
Ic8	409,652	791,930
Ic9	574,543	869,550

Note : les seules lignes doublées sont les lignes HT enterrées et la ligne THT entre V5 et C3. Les transformateurs et les lignes HT aériennes ne sont pas représentés sur cet aperçu global. Leur placement est abordé plus loin.



# Sommaire

<b>GLOSSAIRE - LEGENDE</b>	<b>2</b>
<b>AIDE ET OUTILS UTILISES</b>	<b>3</b>
<b>COMPREHENSION / INTERPRETATION DE L'ENONCE</b>	<b>4</b>
<b>HYPOTHESES</b>	<b>5</b>
<b>PROPRIETES DEDUITES</b>	<b>9</b>
<b>OPTIMISATIONS</b>	<b>10</b>
<b>SOLUTION PROPOSEE</b>	<b>13</b>

## **ANNEXE 1**

Démonstration de la résistance à une panne

## **ANNEXE 2**

Capture d'écran de l'IHM du logiciel *RTE designer* en version 3.1

## **ANNEXE 3**

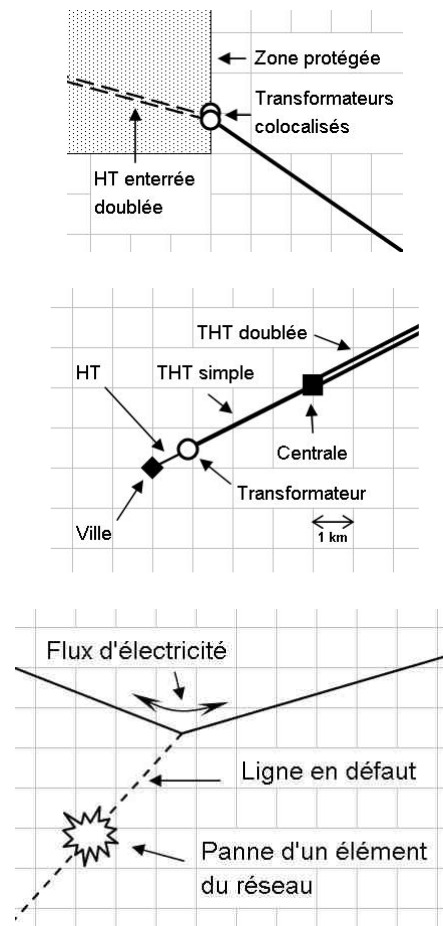
Liste des lignes, de leur longueur et de leur coût

## Glossaire

HT	Haute Tension
Ic	Interconnexion
IHM	Interface Homme Machine
RTE	Réseau de Transport d'Electricité
THT	Très Haute Tension

## Légende

Dans les schémas de ce document, les conventions des trois figures suivantes seront utilisées.



*Légende*

## Aide et outils utilisés

La méthode utilisée a été basée en premier lieu sur le bon sens. Toutefois, l'utilisation d'un outil informatique pour simplifier la visualisation du réseau pensé, calculer son coût et optimiser le placement des interconnexions a semblé nécessaire.

De plus, le calcul de la position de certaines interconnexions pouvant être fait de manière plus exacte, l'exploitation de résultats mathématiques ont été d'une grande utilité.

Enfin, l'utilisation des feuilles de calcul et macros Excel a permis de confronter les résultats et les méthodes de calcul.

Ainsi, les recherches ayant abouti à la solution proposée ont été réalisées avec la participation de :

- Ludovic BRIANCEAU, développeur du logiciel d'aide à la construction de réseau *RTE designer* (calcul dynamique du coût du réseau, optimisation des placements d'interconnexions, capture d'écran en annexe 2) et avec qui j'ai beaucoup débattu pour trouver la meilleure architecture possible et pour définir les hypothèses ;
- Régis ROBBE, mon frère, professeur de mathématiques, qui m'a aidé sur les aspects d'interprétation de l'énoncé, de calcul des coordonnées du point de Torricelli et de relecture du rapport.

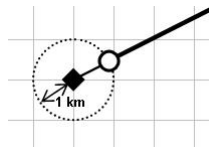
Pour cette raison, dans la suite du document, je parlerai à la première personne du pluriel.

## Compréhension / interprétation de l'énoncé

Ce chapitre présente les différentes interprétations que nous avons pu faire et les propriétés que nous avons directement déduites de l'énoncé.

*"il est donc obligatoire de mettre une ligne THT lorsque c'est possible, bien que le coût d'installation soit plus élevé".*

Cette phrase de l'énoncé indique qu'en-dehors des zones protégées, de la haute tension ne doit apparaître qu'aux abords des villes et uniquement dans la zone où la très haute tension n'est pas admise. Ainsi, les lignes haute tension aériennes ne pouvant relier que des villes à des transformateurs, ces derniers doivent être placés sur un cercle de rayon un kilomètre centré sur la ville, comme indiqué sur le schéma ci-après.



*Position d'un transformateur aux abords d'une ville*

A noter que nous n'avons pas cherché à minimiser la longueur des HT enterrées<sup>1</sup>.

Concernant les transformateurs, il est écrit :

*"Ils ne doivent pas être à moins d'un km des villes".*

*"Ils ne doivent pas se trouver dans les zones à protéger".*

Considérant que le problème est continu, nous avons décidé que les transformateurs pouvaient se trouver sur une limite de zone ou à un kilomètre exactement des villes. En effet, le choix d'un epsilon aussi petit que l'on veut serait arbitraire et ne ferait que compliquer les calculs.

Nous avons fait la même hypothèse pour les lignes à très haute tension aux abords des zones protégées, qui peuvent donc les longer.

De même, deux transformateurs ne peuvent être physiquement exactement colocalisés (et ils ne le devraient pas car cela mettrait en péril la notion de résistance à une seule panne, cas de l'incendie qui détruirait les deux transformateurs en même temps par exemple) mais pour les mêmes raisons, nous avons autorisé que deux transformateurs aient les mêmes coordonnées.

---

<sup>1</sup> Si toutefois nous avions voulu le faire dans la solution proposée, une solution aurait consisté à relier les villes V1, V4 et V9 aux interconnexions de bords de zones de manière perpendiculaire à ces limites de zones. En plus de rendre trivial le calcul de la position des interconnexions Ic1, Ic3 et Ic4, cela aurait simplifié le calcul de l'interconnexion Ic2 qui aurait alors été un point de Torricelli simple (la position d'Ic1 étant fixée, voir plus loin le paragraphe traitant des optimisations). Le coût du réseau aurait alors été de 4 857 874 105 euros.

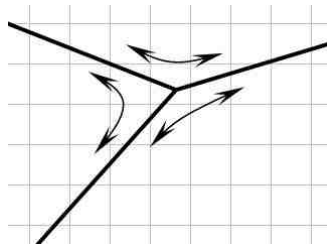
## Hypothèses

### *Comportements en cas de panne*

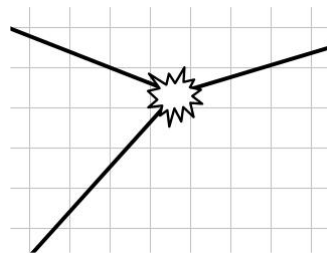
#### *Interconnexion*

**H1** : "Une panne sur une interconnexion de lignes revient à une panne sur chacune des lignes reliées à cette interconnexion".

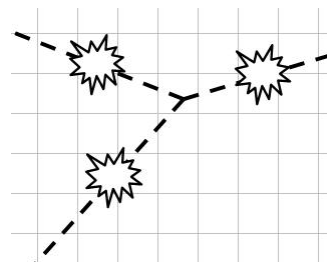
Le schéma suivant illustre l'hypothèse énoncée ci-dessus.



*Interconnexion sans panne*



est équivalent à



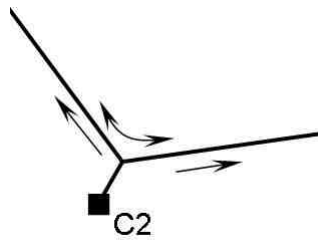
*Comportement lors d'une panne  
au niveau d'une interconnexion*

#### *Centrale*

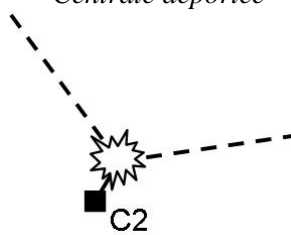
**H2** : "Si une centrale représente un nœud entre deux lignes simples, une panne de celle-ci rompt le flux".

En effet, la solution de déplacer la centrale d'epsilon par rapport à la ligne et de la relier via une interconnexion à la ligne très haute tension (schéma ci-dessous) serait

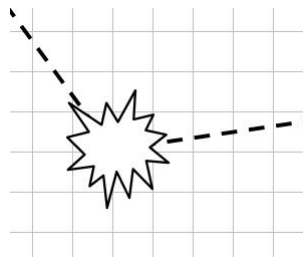
mise à mal par l'hypothèse précédente si la panne survenait à l'endroit de l'interconnexion.



*Centrale déportée*

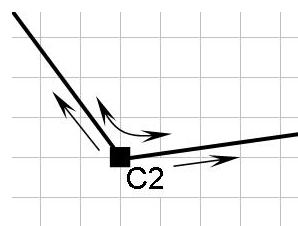


peut être considéré comme

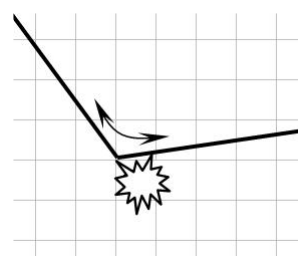


*Panne sur l'interconnexion associée à une centrale déportée*

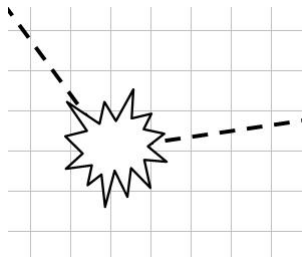
L'hypothèse H2 revient donc au cas le plus restrictif (rupture du flux).



*Centrale sur un "nœud"  
(deux lignes simples)*

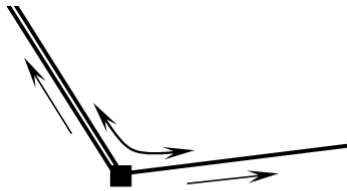


peut être considéré comme



*Comportement en cas de panne d'une centrale*

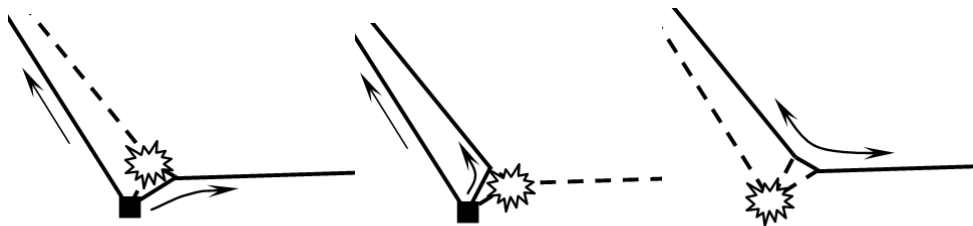
Toutefois, si l'une des deux lignes est doublée, on peut imaginer un système à deux interconnexions pour lequel une panne quelconque ne romprait pas complètement le flux (voir figures suivantes). Là encore, la distance entre la centrale et les interconnexions pouvant être théoriquement aussi petite que l'on souhaite, cette distance peut être considérée comme nulle (cas de C3).



peut être considéré comme



*Centrale sur un nœud  
(deux lignes dont une doublée)*

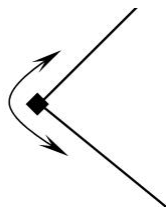


*Comportement en cas de panne  
(centrale ou interconnexion liée)*

### *Comportement nominal*

**H3**: "*Une ville est un nœud passant*".

Une ville étant assimilée à un point, nous avons considéré que l'électricité pouvait y transiter.

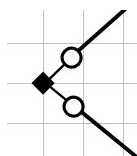


*Illustration de H3*

## Propriétés déduites

**P1** : "*Chaque ville doit être alimentée par deux lignes HT, chacune connectée à un transformateur propre*".

Afin de résister à une panne de transformateur ou une panne de ligne HT, il faut avoir deux éléments de chaque type relié à chaque ville.



*Illustration de P1*

**P2** : "*De C3 et C6 doivent partir au moins deux lignes THT*".

Le total des consommations des villes étant de 3650 MW et le total des productions des centrales étant de 5000 MW, il existe une marge de 1350 MW. Comme les centrales fournissent au plus 1200 MW, si le réseau est bien pensé, une panne sur une centrale quelconque est admissible. Deux centrales seulement fournissent plus de 1000 MW. Elles fournissent d'ailleurs toutes deux 1200 MW. Si de l'une de ces deux centrales ne part qu'une seule ligne THT, cette dernière peut être considérée comme une centrale 1000 MW (capacité maximale d'une ligne THT). Ainsi, si l'autre centrale 1200 MW tombe en panne, on arrive à une puissance disponible de 3600 MW, ce qui ne suffit pas à alimenter toutes les villes.

**P3** : "*Sur un lien série sans centrale ni redondance de lignes, la somme des consommations des villes ne doit pas dépasser 1000 MW*".

Sinon, s'il n'existe qu'un chemin pour alimenter ces villes à la suite d'une panne, un lien devra transporter à lui seul la consommation de toutes les villes, ce qui n'est pas possible.

## Optimisations

### *Optimisation des lignes*

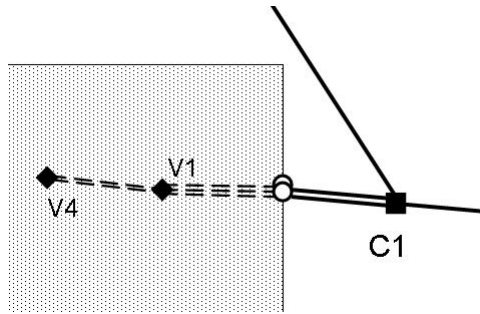
#### *Architecture générale*

La première idée qui vient à l'esprit quand il s'agit de construire un réseau résistant à une panne est de faire une grande boucle passant par toutes les centrales et desservant toutes les villes. Ainsi, quelle que soit la panne, tous les éléments restent toujours reliés entre eux. Mais des problèmes de charge apparaissent puisque les lignes supportent en zone non protégée 1000 MW au maximum. Il faut donc au minimum que **P3** soit vérifiée sur tout le réseau.

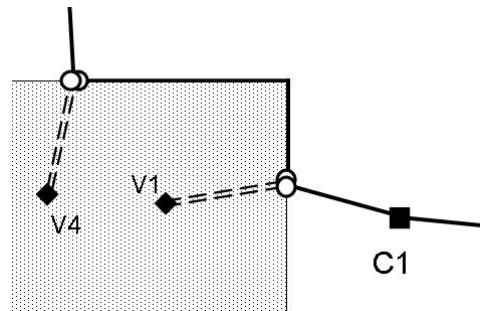
Après plusieurs essais, plusieurs idées ont germé. Alors que **P2** montre qu'il faut que les centrales C3 et C6 disposent de deux sorties THT au minimum, il semble que les autres centrales peuvent être reliées à une seule THT. Ainsi, C5 comme C2 peuvent se retrouver en bout de ligne sans incohérence évidente. C'est le cas dans notre solution.

#### *Cas des zones protégées*

En zone protégée, les lignes enterrées sont aussi coûteuses qu'une THT, or, elles ne peuvent transporter que 300 MW. On élimine ainsi rapidement les solutions faisant transiter du courant par les zones protégées. Il s'agit donc d'alimenter au moindre coût V1, V4 et V9 via des lignes THT passant en bord de zone. V1, V4 et V9 sont chacune alimentées par deux lignes HT enterrées au minimum pour être résistant à une panne. Ces deux lignes HT doivent rejoindre le bord de la zone pour atteindre deux transformateurs au moins, eux-mêmes reliés à deux lignes THT au moins. La distribution vers V1 et V4 peut éventuellement être mutualisée (deux transformateurs pour les deux villes et les villes reliées entre elles) comme indiqué sur la figure ci-dessous, mais expérimentalement, il apparaît moins coûteux de les alimenter via deux entrées différentes. Cette dernière solution est plus contraignante du point de vue de la charge car la ligne à l'ouest de C1 doit transporter en plus du courant des villes du nord le courant de V1 et de V4. Ce problème n'est toutefois pas gênant dans la solution trouvée.



*Alimentation de V1 et V4 par l'est uniquement*

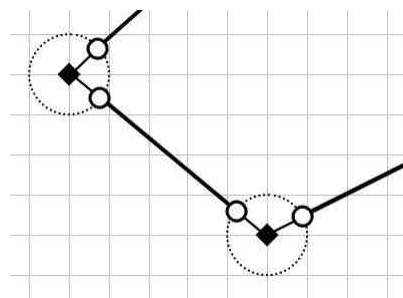


*Alimentation de V1 et V4 par l'est et par le nord*

### ***Optimisation des placements de transformateurs***

#### ***Cas général***

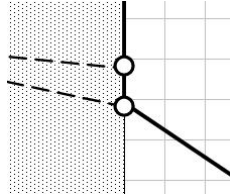
Au vu de l'hypothèse H3, les transformateurs situés autour des villes n'ont pas à être reliés entre eux. La longueur entre un transformateur et la ville est toujours d'un kilomètre, il s'agit donc d'optimiser la longueur des lignes THT qui en partent. Il suffit donc de placer les transformateurs de telle sorte que la ligne THT soit dans la continuité de la ligne HT.



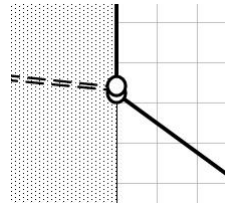
*Optimisation du placement des transformateurs  
(hors abords de zone protégée)*

### *Cas des zones protégées*

Dans le cas des zones protégées, le problème est quelque peu différent. En effet, à leurs abords, il est important que les transformateurs soient reliés entre eux car le maximum de puissance pouvant transiter sur les lignes HT enterrées est de 300 MW, alors qu'elles doivent déjà transporter l'électricité pour les villes présentes en zone. Cette contrainte impose que les transformateurs soient colocalisés.



*Transformateurs en limite de zone protégée*



*Transformateurs en position optimisée  
en limite de zone protégée*

## Solution proposée

La solution présentée au début de ce document reprend tous les éléments sus-cités. La démonstration de résistance à une panne par passage en revue exhaustif de tous les cas de panne est présentée dans l'annexe 1.

Suivent quelques précisions sur les cas de panne des transformateurs et des lignes HT ainsi que sur l'optimisation du placement des interconnexions.

### *Panne sur une ligne HT ou sur un transformateur*

**P4** : "Une panne de ligne HT ou de transformateur est équivalente à une panne de la ligne THT associée".

En effet, dans notre solution, que ce soit pour une ligne HT (aérienne ou enterrée) ou pour un transformateur (en limite de zone protégée ou non) et puisque ces éléments sont tous branchés en série, une panne sur ces éléments peut toujours s'assimiler à une panne sur la ligne THT associée (voir la démonstration de résistance à une panne dans l'annexe 1).

### *Optimisation des placements d'interconnexions*

Le placement des interconnexions Ic3 (d'ordonnée connue :  $y = 200$  km) et Ic4 (d'abscisse connue :  $x = 200$  km) a été réalisé à l'aide de logiciels de calcul (deux méthodes différentes : macro Excel et logiciel développé sous Delphi).

On obtient :

pour Ic3 l'abscisse :  
 **$x = 65,926$  km**

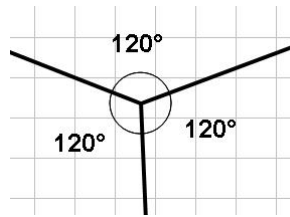
et pour Ic4 l'ordonnée :  
 **$y = 121,494$  km.**

Il apparaît qu'une précision métrique est suffisante pour un coût du réseau arrondi à l'euro (par exemple, pour Ic3, le coût arrondi à l'euro ne change pas tant que  $x$  est compris entre 65,923 et 65,929 km).

**P5** : "Les interconnexions Ic2, Ic8 et Ic9 sont respectivement les points de Torricelli des triangles (Ic1;Ic6;V7), (V10;V11;C6) et (V12;V13;C6)".

Dans les cas des interconnexions Ic2, Ic8 et Ic9, il existe un problème d'optimisation. Il s'agit de placer ces interconnexions de manière à minimiser la somme des longueurs de lignes qui y sont reliées. Le **point de Torricelli** (voir la figure ci-dessous) est le point qui satisfait cette contrainte. Ainsi, si les trois sommets du triangle sont fixes, le calcul des coordonnées de ce point peut être fait de manière exacte.

A vrai dire, ce problème s'est posé pour chaque centrale reliée à deux villes mais quand il existe un angle du triangle en question qui mesure plus de  $120^\circ$ , ce point est confondu avec le sommet correspondant. Il n'y a que pour C6 que les interconnexions ne sont pas placées sur la centrale.



*Placement optimisé d'une interconnexion  
entre trois branches simples : point de Torricelli*

Les coordonnées du point de Torricelli sont dépendantes des coordonnées des sommets du triangle. Pour Ic8 et Ic9, les trois sommets étant fixes, le calcul a pu se faire directement. On obtient alors les coordonnées (arrondies au mètre) :

pour Ic8 :

$$\begin{aligned} x &= 409,652 \text{ km,} \\ y &= 791,930 \text{ km} \end{aligned}$$

et pour Ic9 :

$$\begin{aligned} x &= 574,543 \text{ km,} \\ y &= 869,550 \text{ km.} \end{aligned}$$

Par contre, les coordonnées de l'interconnexion Ic2 sont dépendantes de l'abscisse de l'interconnexion Ic1 (ordonnée connue :  $y = 700 \text{ km}$ ).

En étudiant les variations du coût total du réseau en fonction de cette abscisse (représentées sur le graphique ci-dessous) nous avons pu calculer cette abscisse optimale.

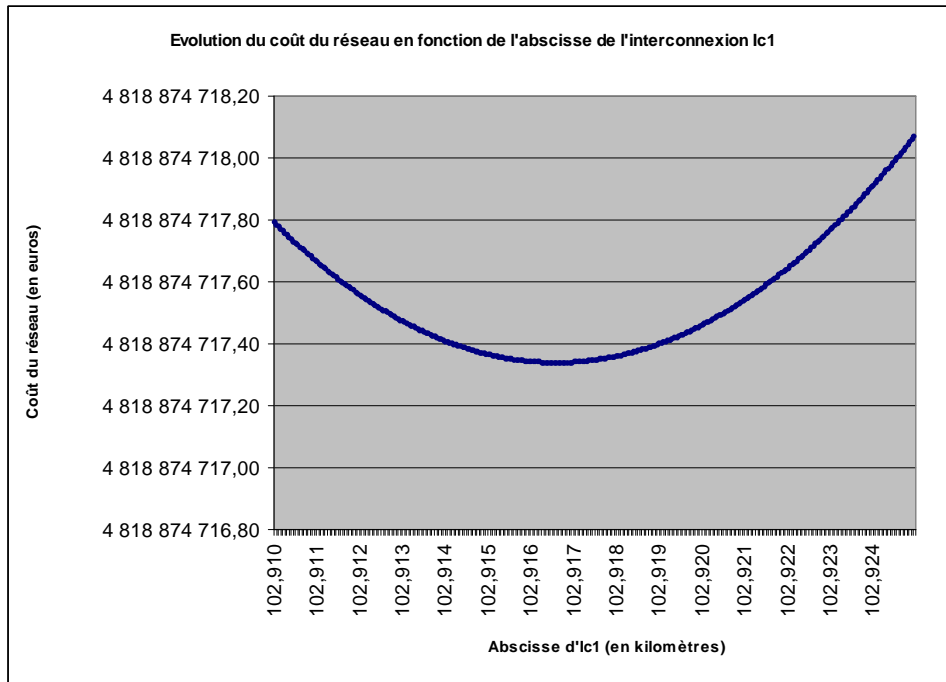
On obtient alors (arrondies au mètre) :

pour Ic1 l'abscisse :

$$x = 102,917 \text{ km}$$

et pour Ic2 les coordonnées :

$$\begin{aligned} x &= 275,591 \text{ km,} \\ y &= 637,401 \text{ km.} \end{aligned}$$



*Calcul de l'abscisse d'Ic1*

On obtient au final une solution à

**4 818 874 717 euros**



# Annexe 1

Démonstration de la résistance du réseau proposé à une panne par passage en revue exhaustif des cas de panne sur les centrales, les lignes THT et les interconnexions.

Comme expliqué dans le document, les pannes sur les transformateurs et les lignes HT reviennent à des pannes de lignes THT. Elles sont quand même indiquées avant chaque figure.

A noter que la somme des puissances non utilisées au niveau des centrales doit toujours être égale à 1350 MW.

La contrainte de l'exercice était la résistance à une seule panne. Dans certains cas, plusieurs pannes peuvent apparaître simultanément, sans remettre en cause la desserte de toutes les villes. Pour plus de concision, les pannes juxtaposées ont été regroupées sur une même figure.

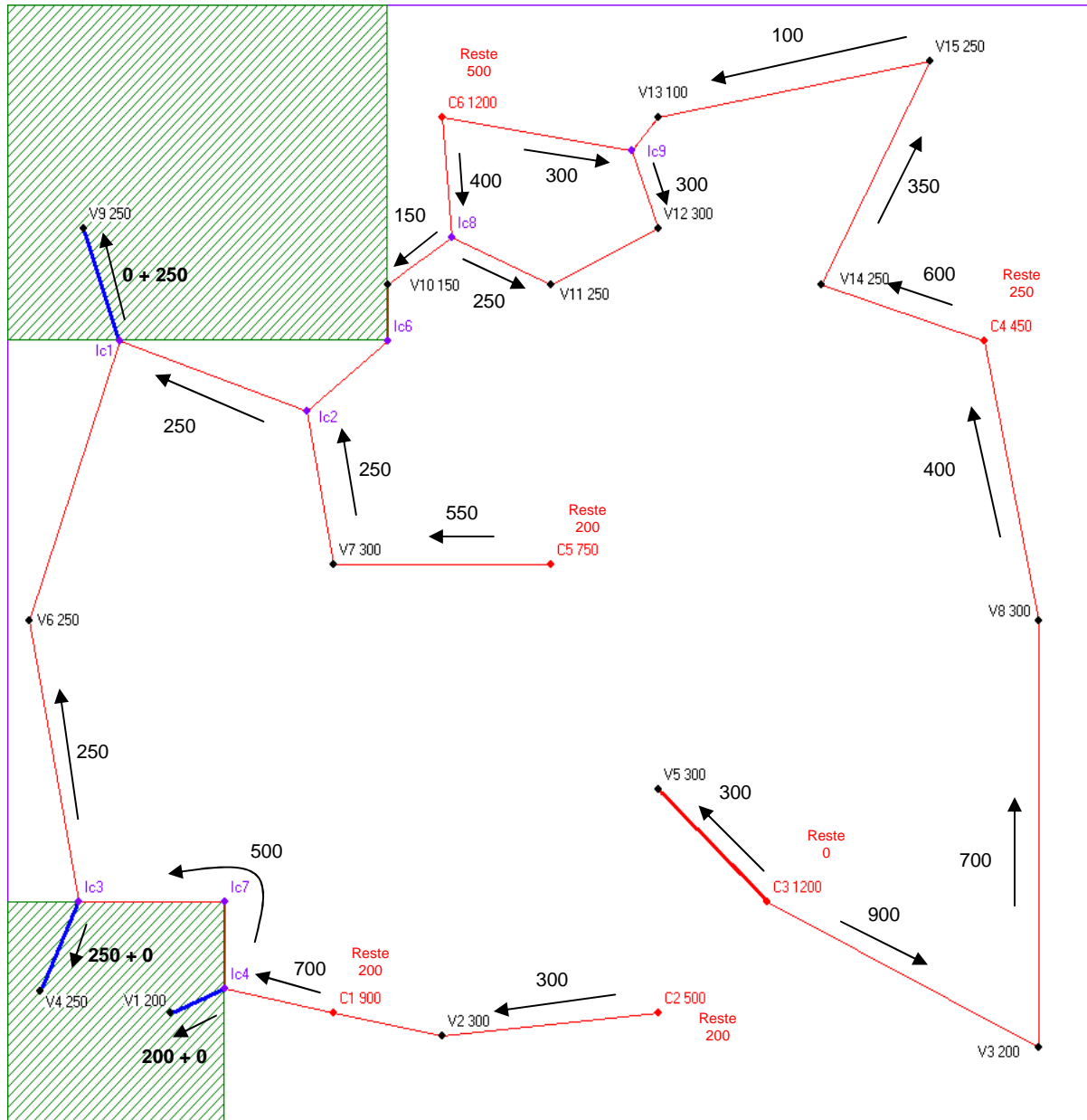
## Cas nominal (sans panne)

ou

panne de l'une des 6 lignes HT enterrées en zone protégée (dessertes en lignes HT doublées de V1, V4 et V9) ou de l'un des 6 transformateurs associés

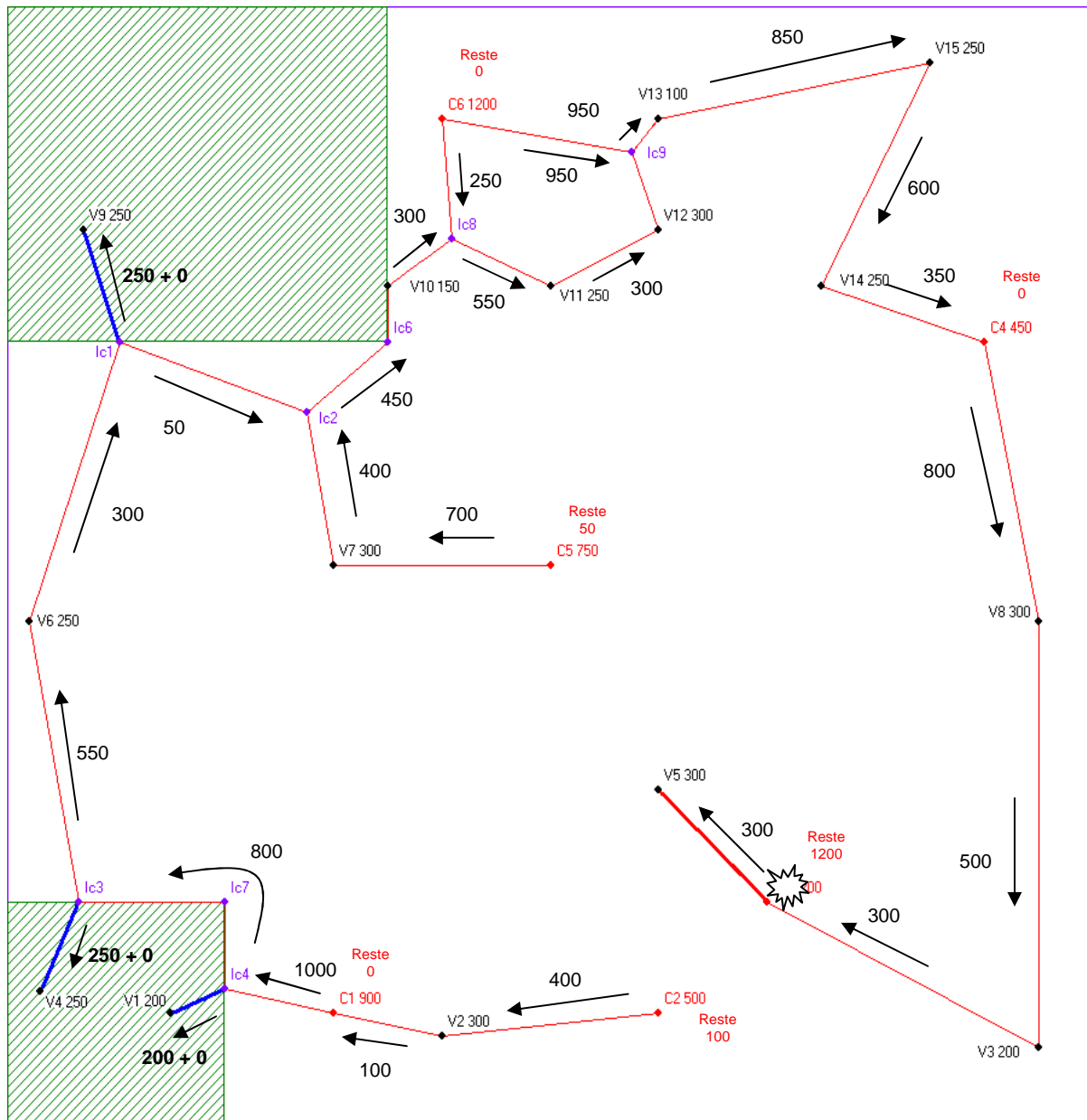
ou

panne de la ligne THT doublée entre V5 et C3 ou de l'un des 2 transformateurs associés.



# Panne

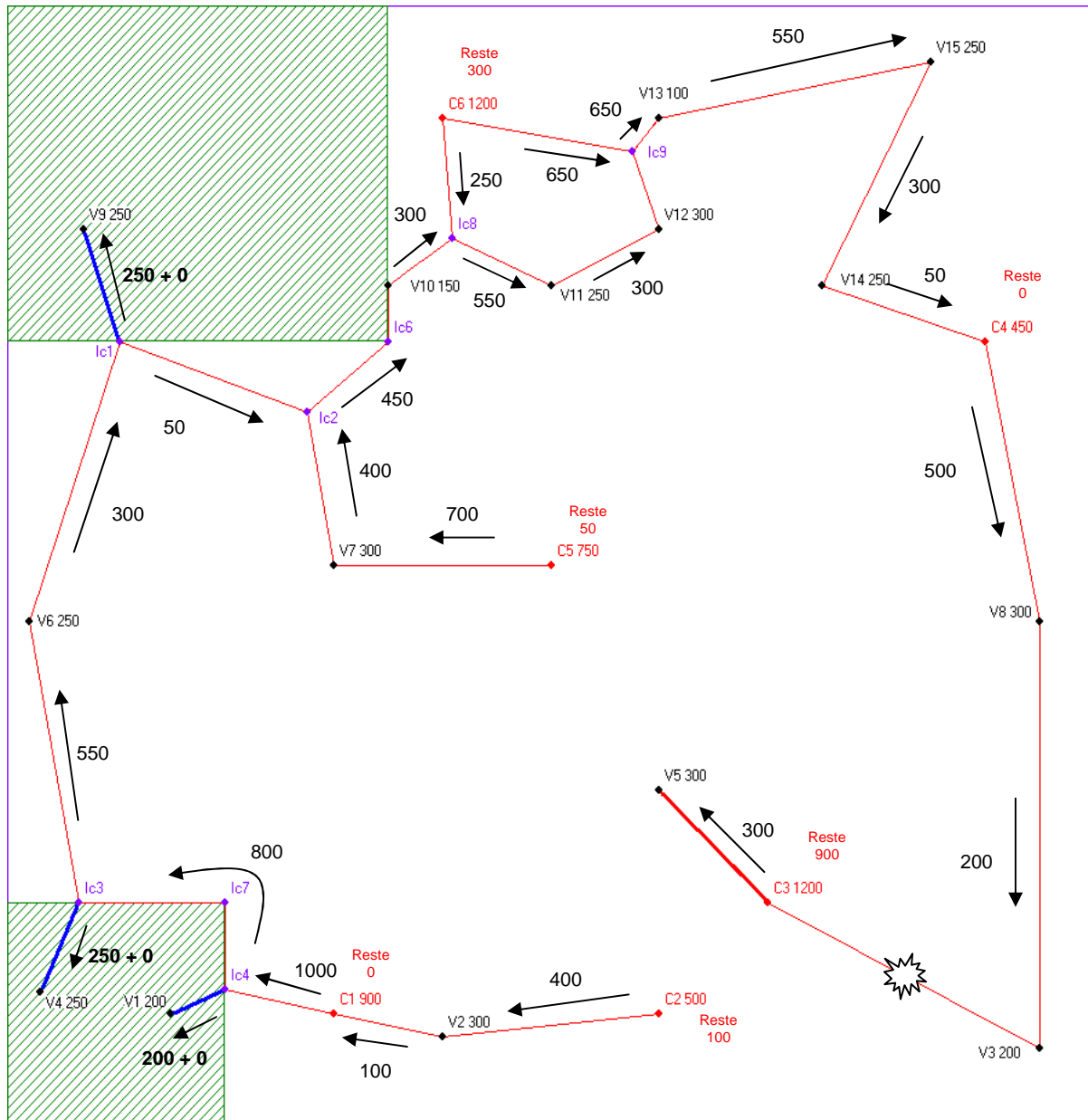
## Centrale C3



# Pannes

THT C3 → V3

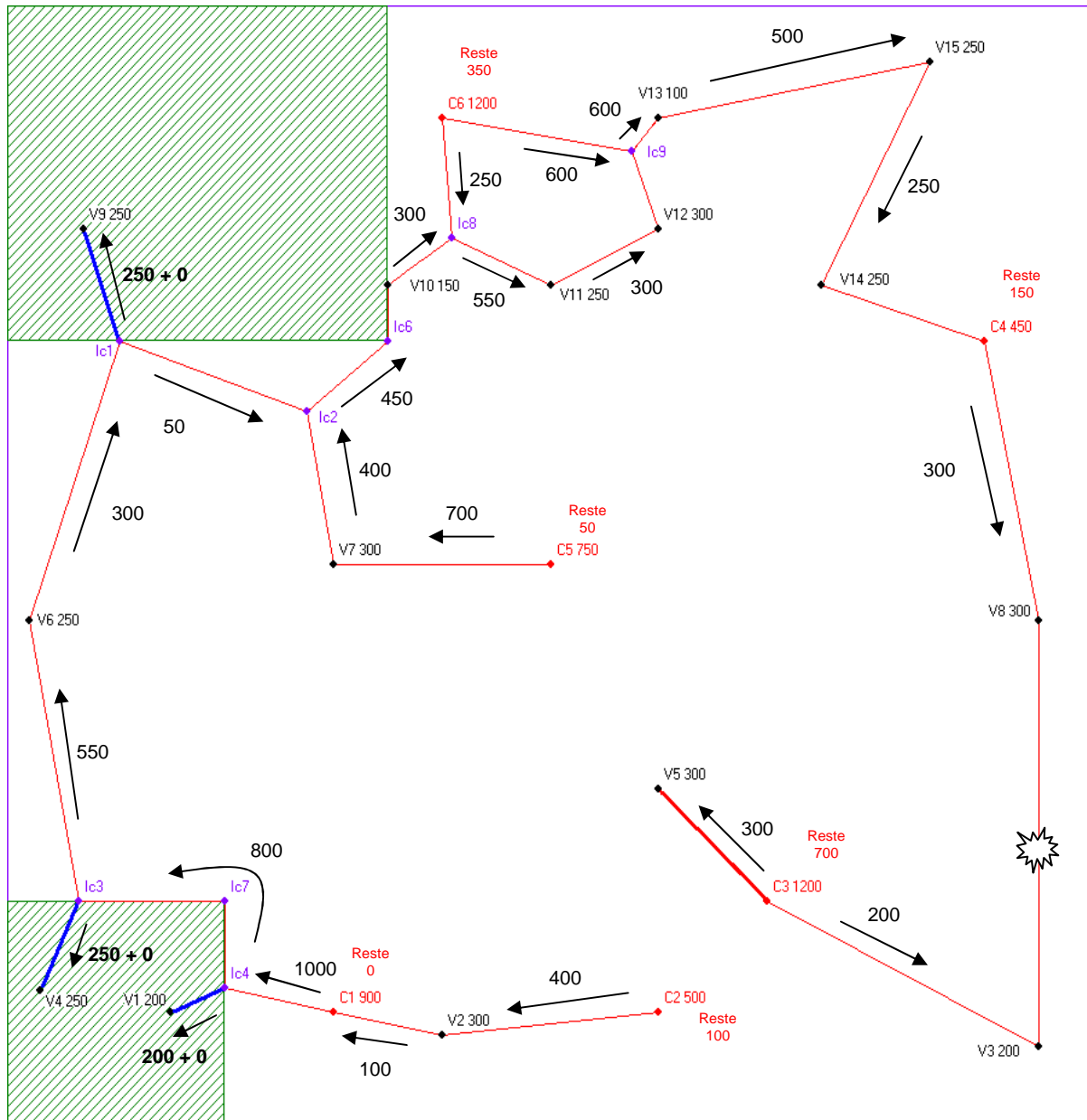
Transformateur V3 nord-ouest ou HT associée



# Pannes

THT V3 → V8

Transformateurs V3 nord, V8 sud ou HT associées



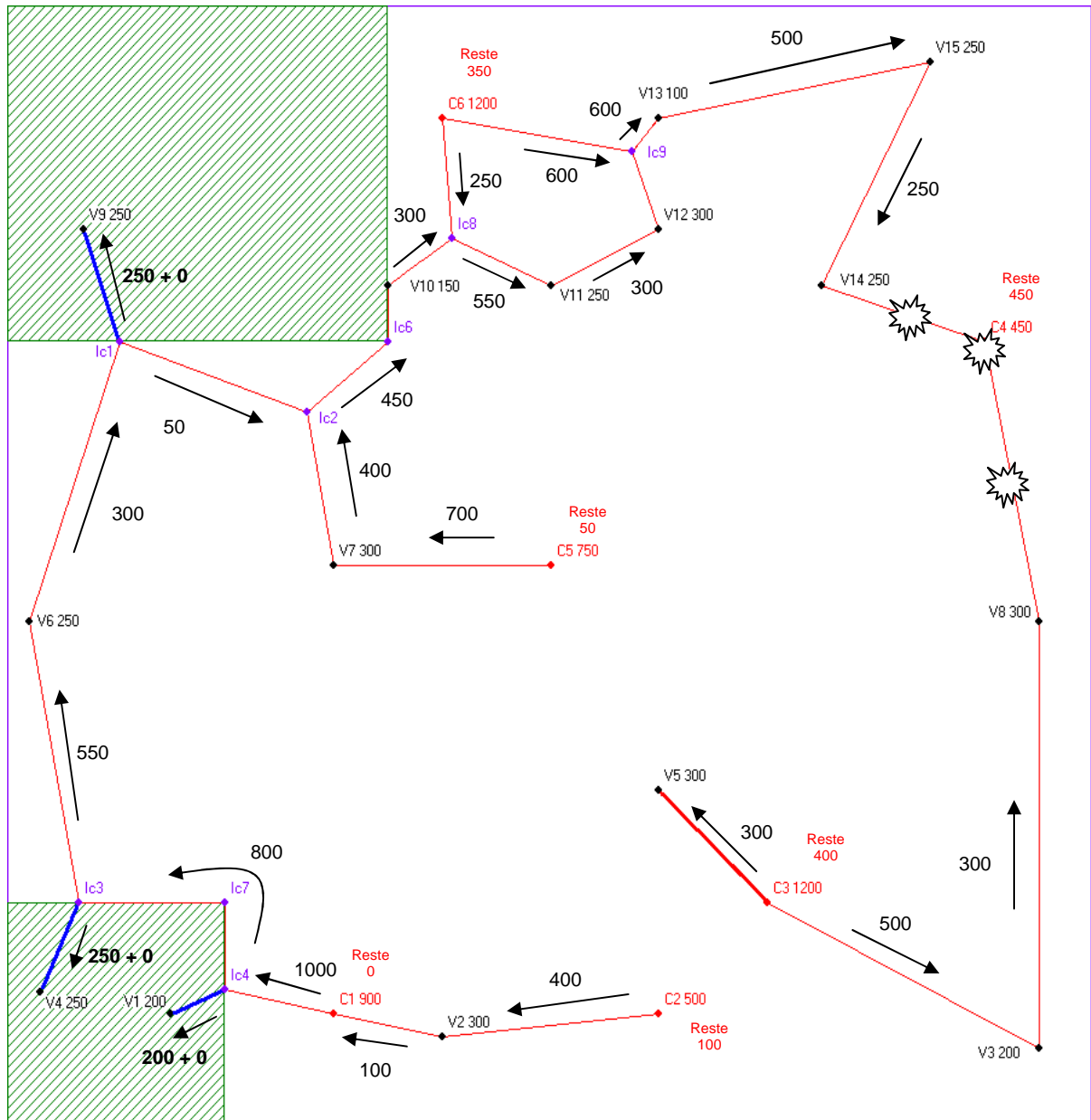
## Pannes

Centrale C4

THT V8 → C4

THT C4 → V14

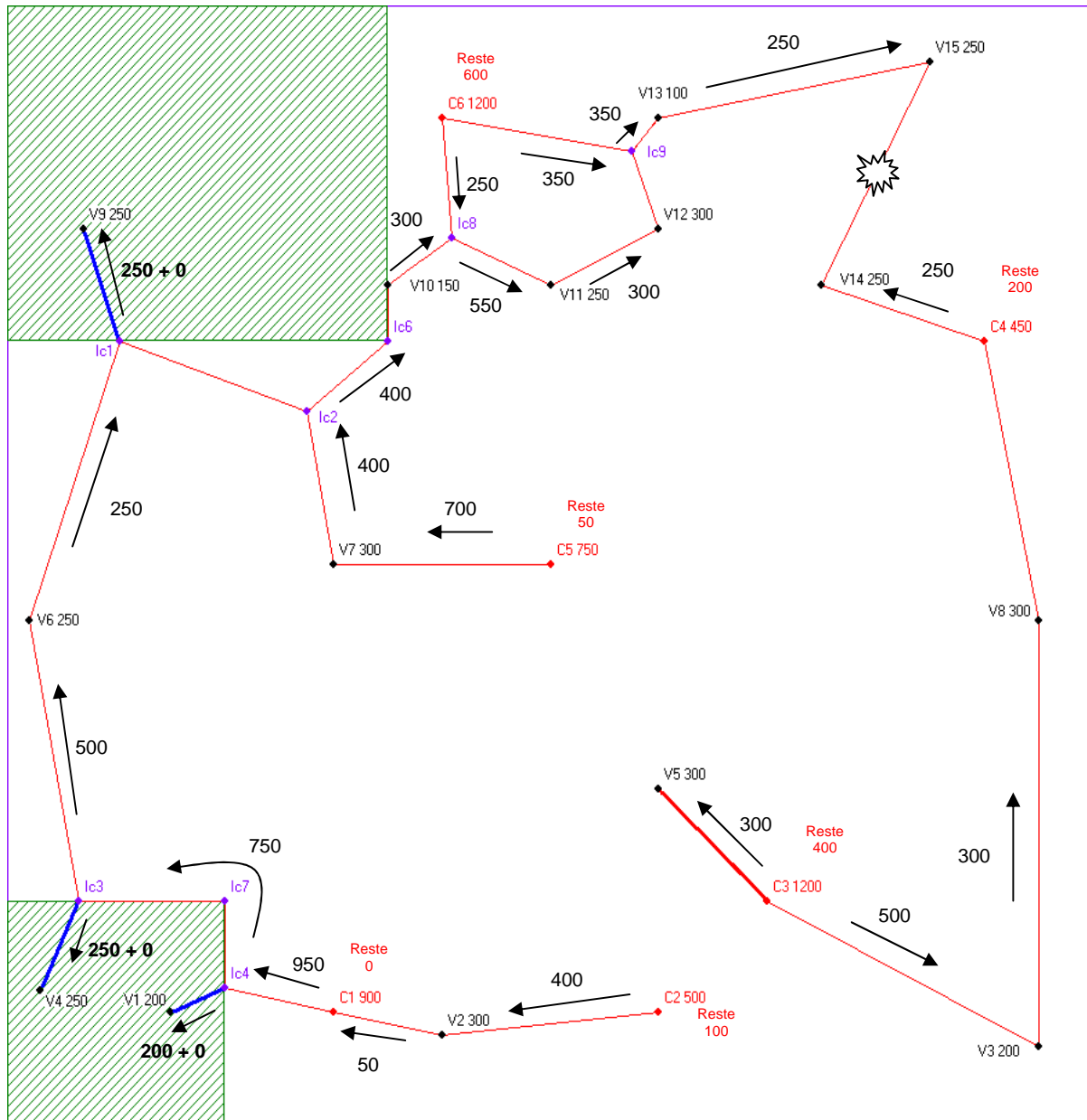
Transformateurs V8 nord, V14 sud-est ou HT associées



# Pannes

THT V14 → V15

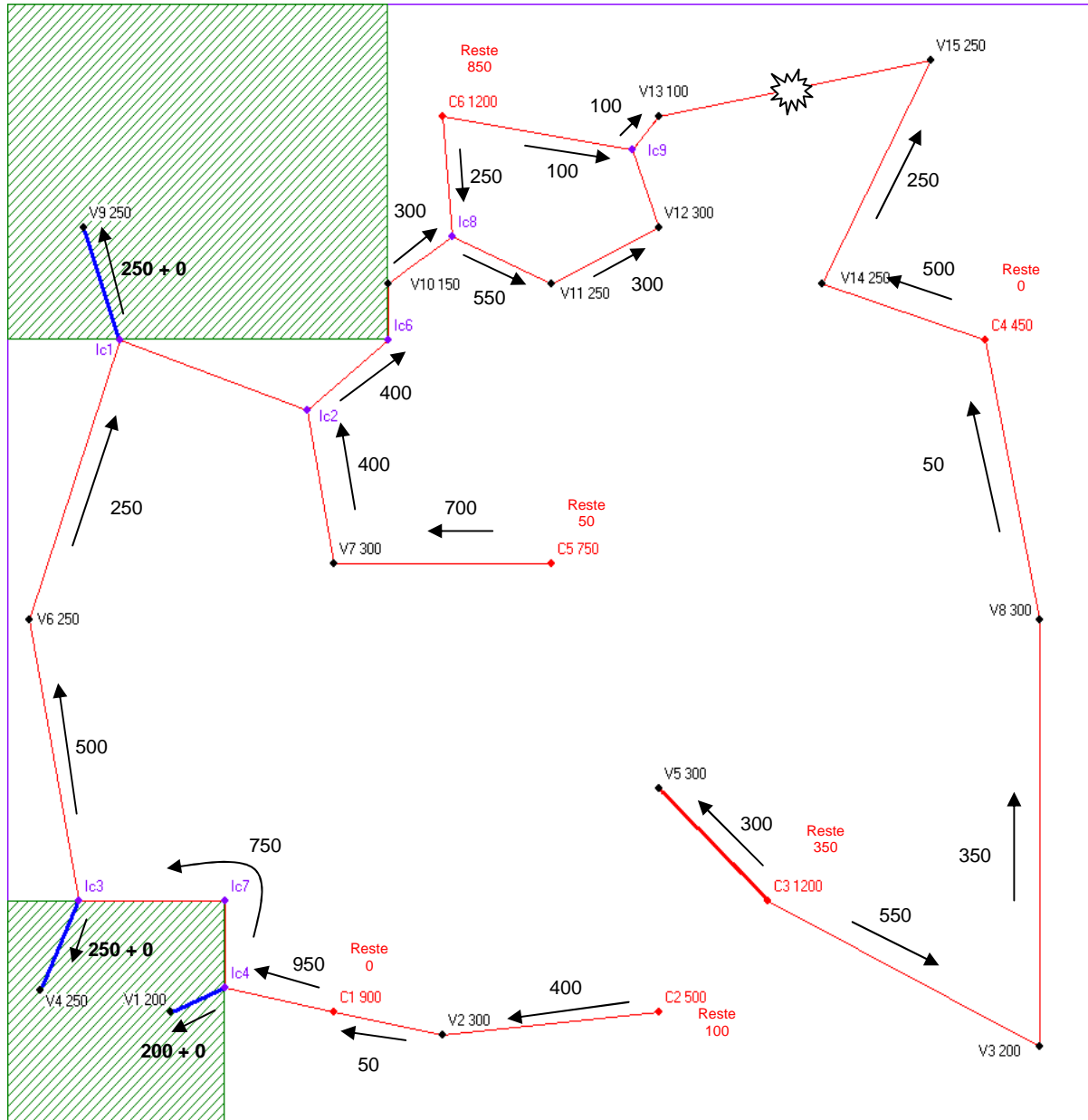
Transformateurs V14 nord-est, V15 sud-ouest ou HT associées



# Pannes

THT V15 → V13

Transformateurs V15 ouest, V13 est ou HT associées



## Pannes

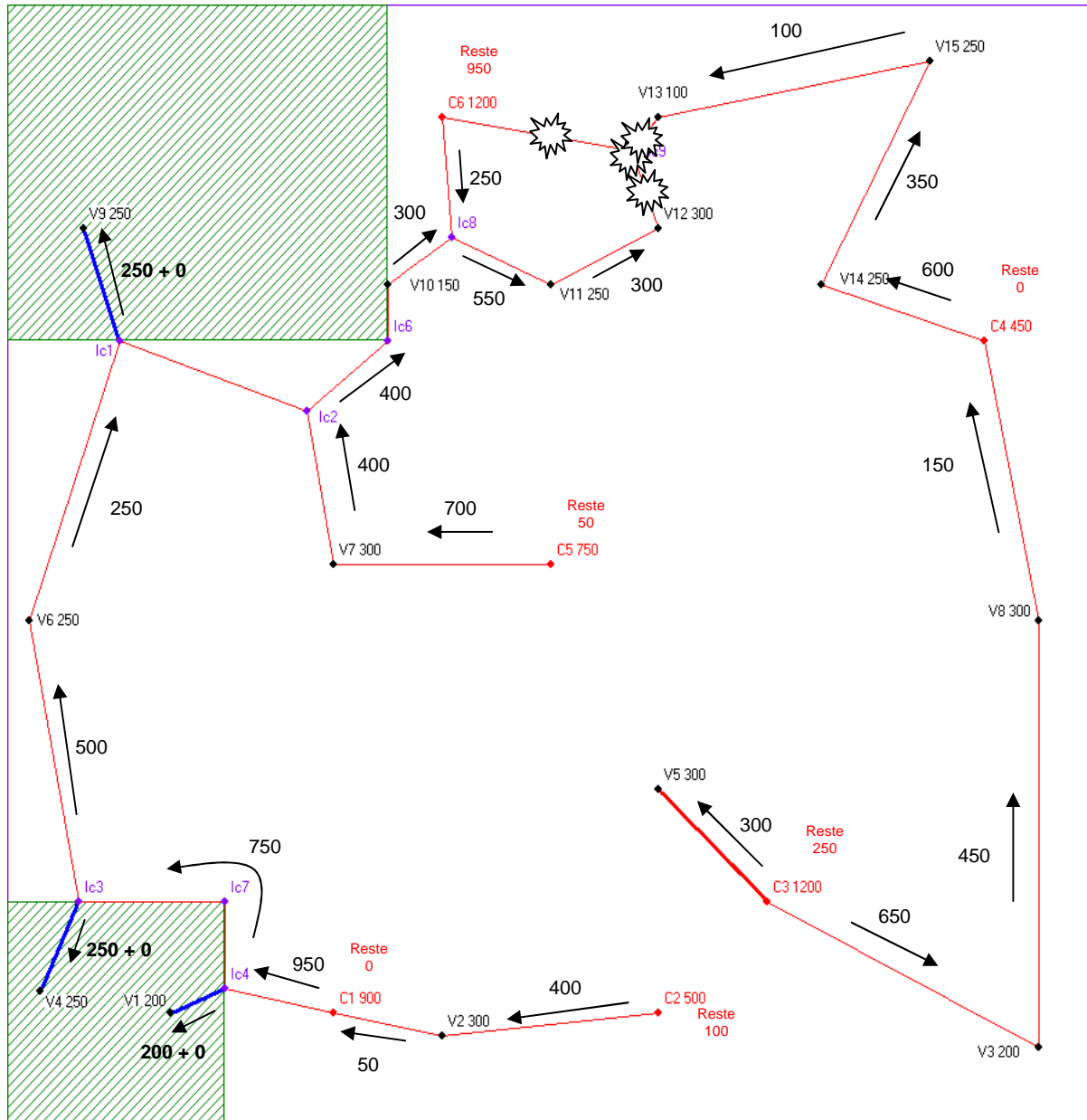
THT C6 → Ic9

THT V13 → Ic9

THT V12 → Ic9

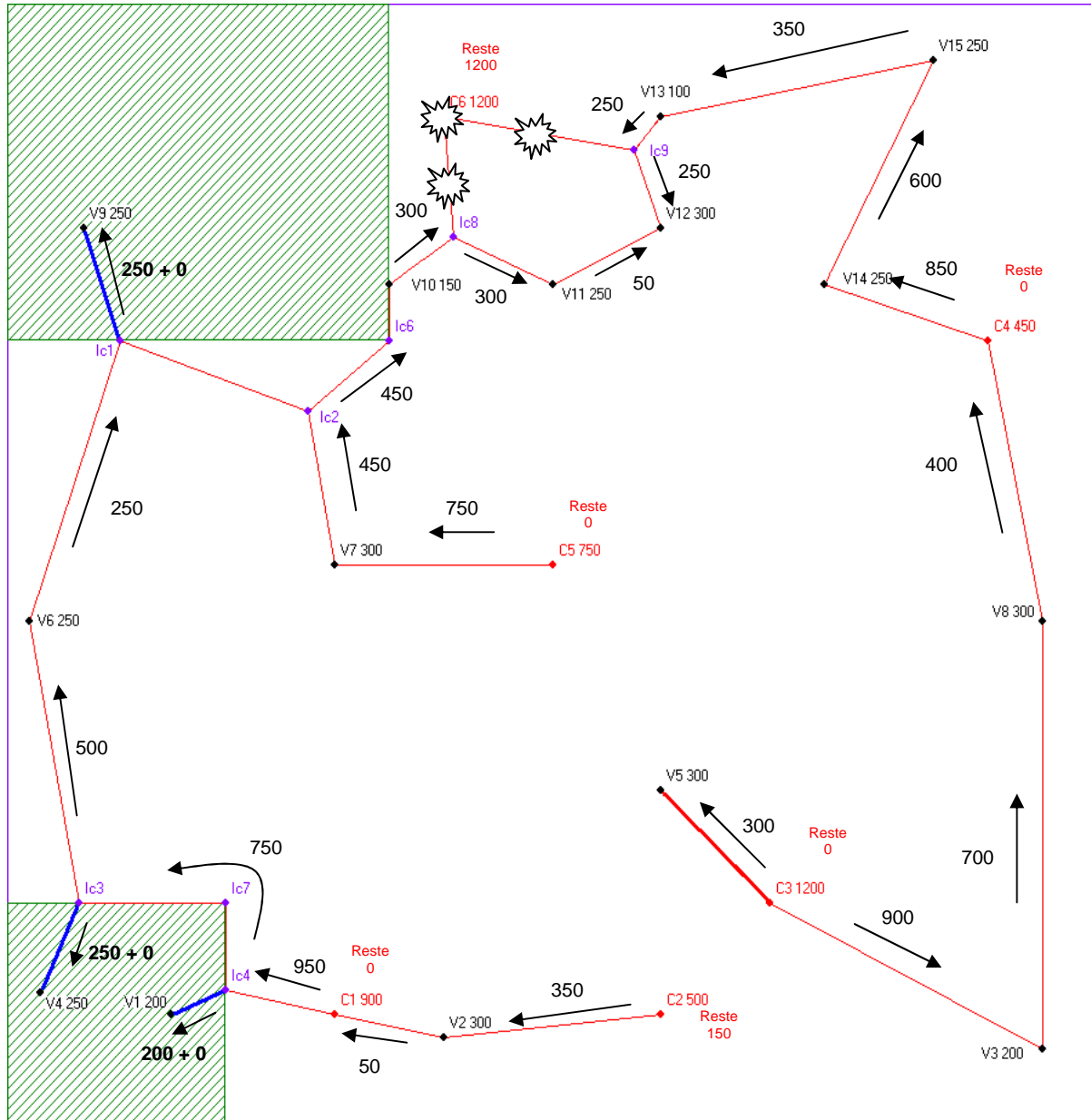
Interconnexion Ic9

Transformateurs V13 sud-ouest, V12 nord ou HT associées



# Pannes

Centrale C6  
 THT C6 → Ic8  
 THT C6 → Ic9



## Pannes

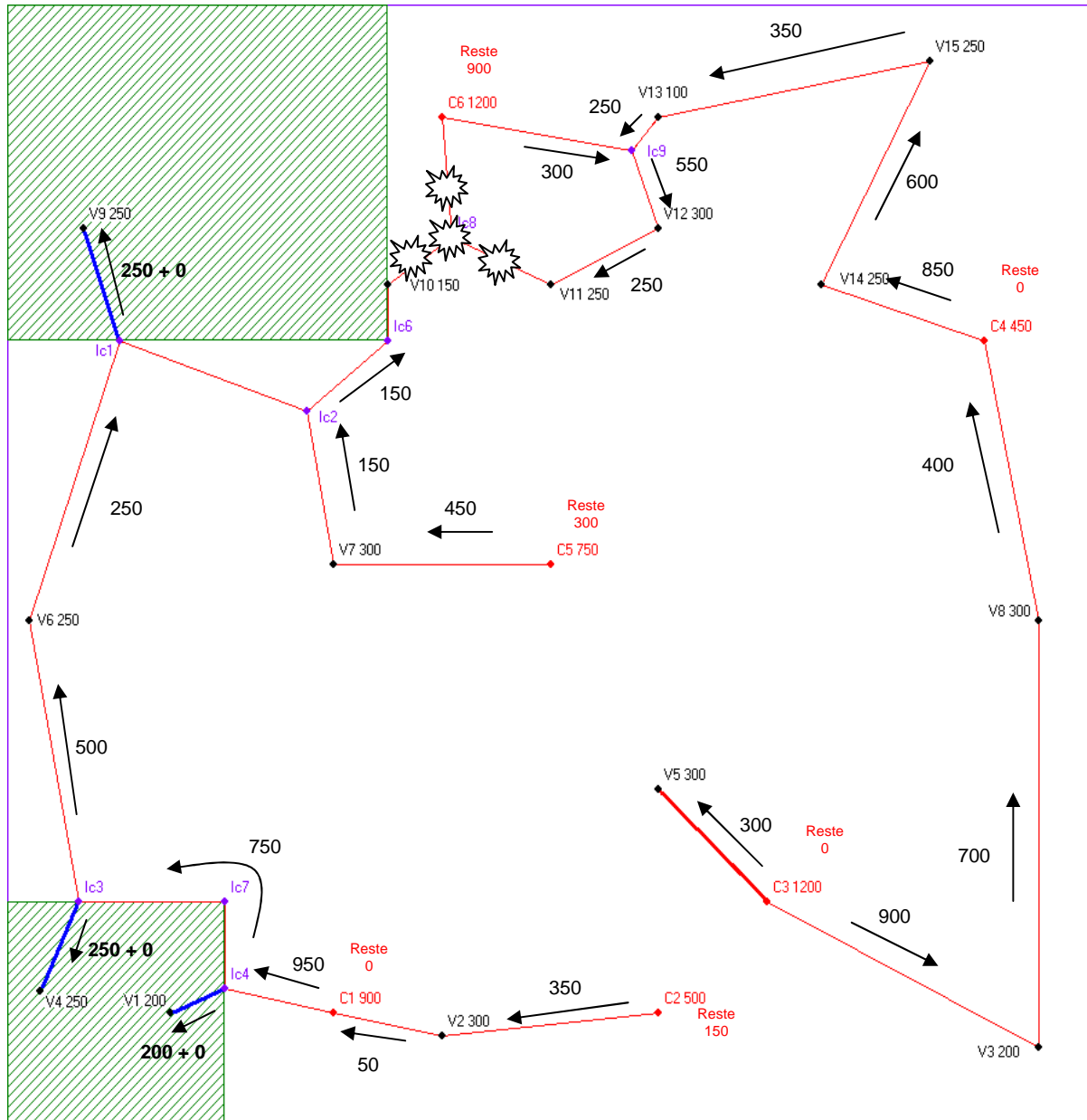
THT C6 → Ic8

THT V10 → Ic8

THT V11 → Ic8

Interconnexion Ic8

Transformateurs V10 nord-est, V11 nord-ouest ou HT associées



## Pannes

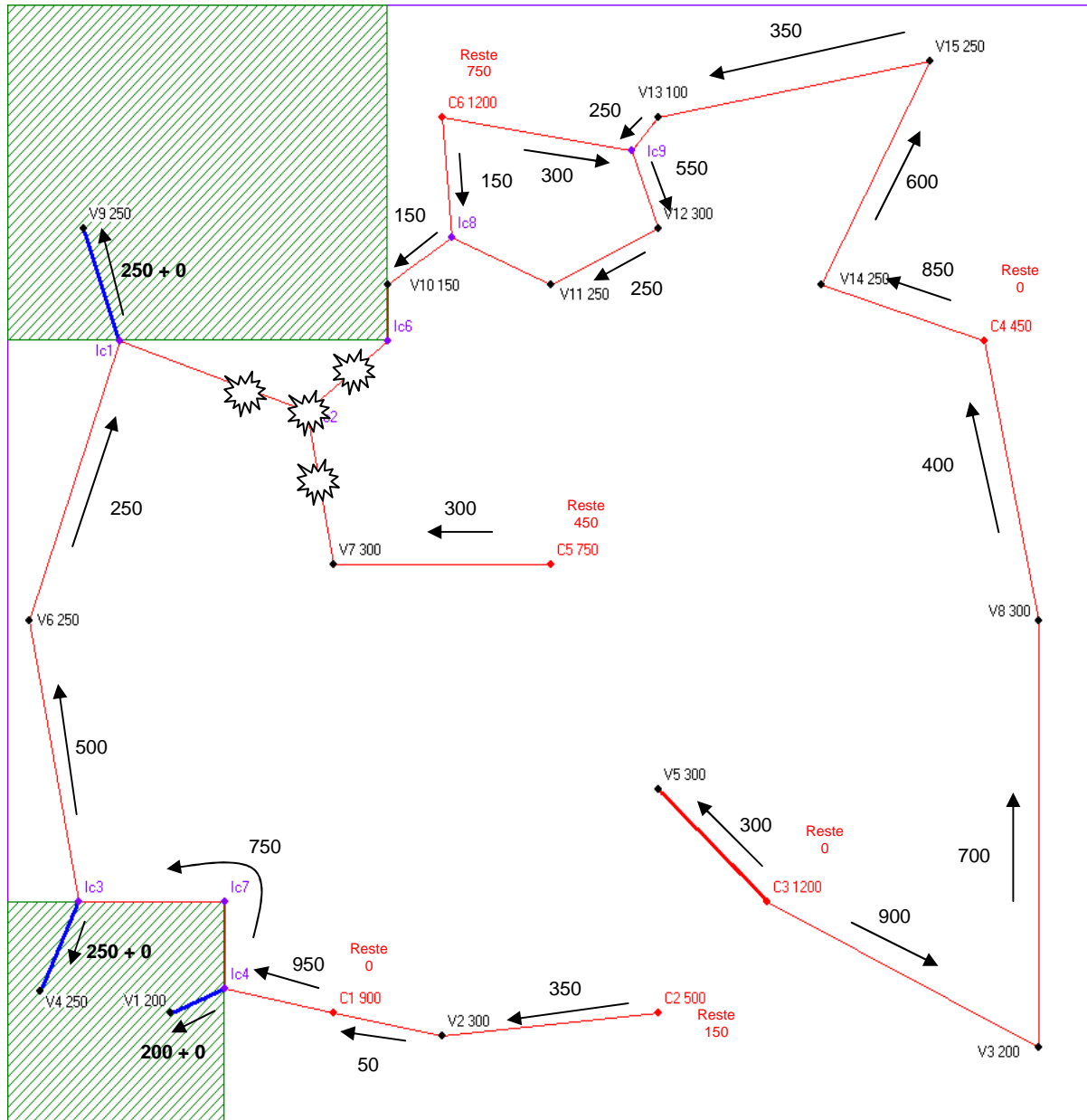
THT V10 → Ic2

THT Ic1 → Ic2

THT V7 → Ic2

Interconnexion Ic2

Transformateurs V10 sud, V7 nord ou HT associées

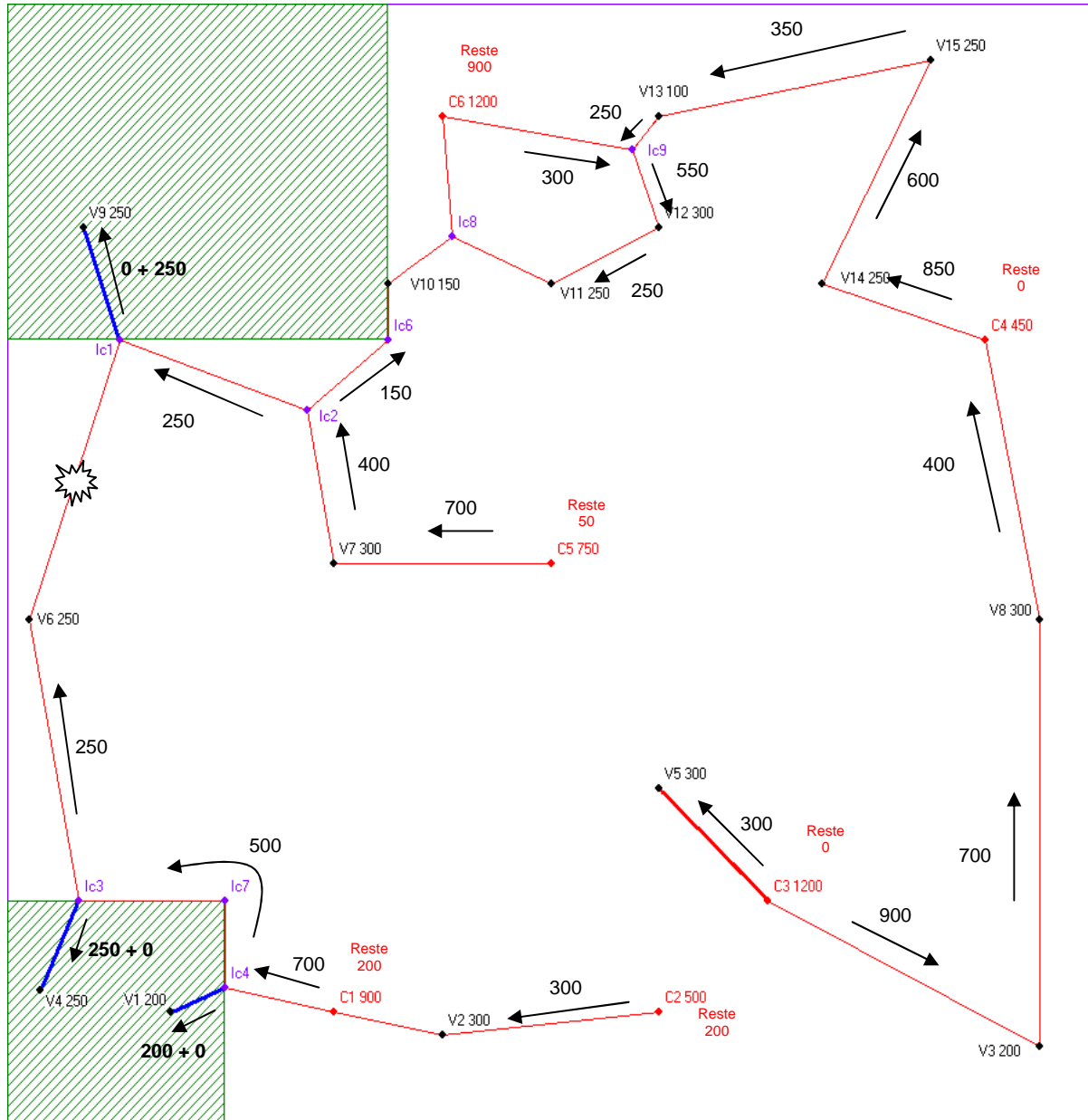




# Pannes

THT Ic1 → V6

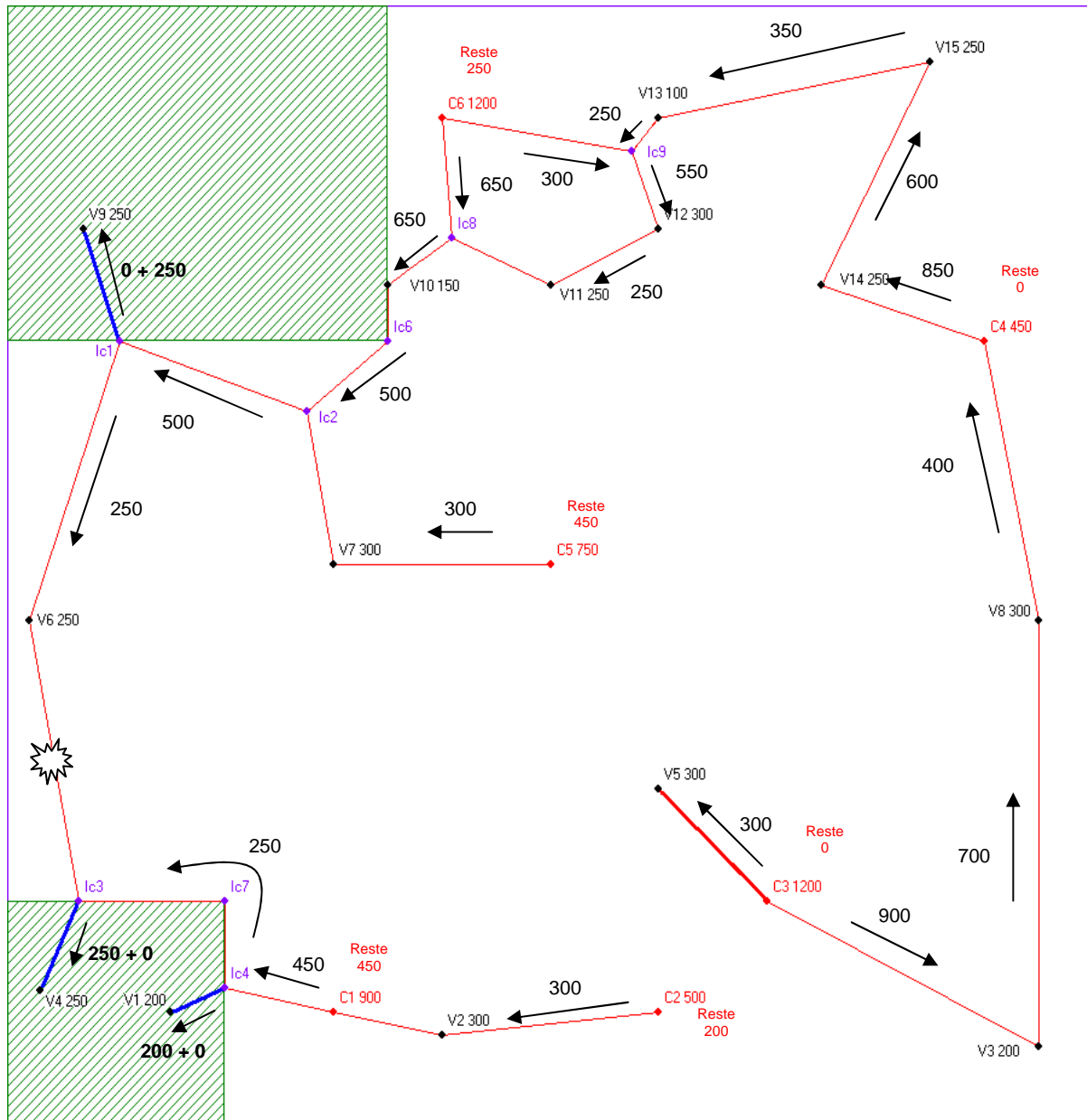
Transformateur V6 nord ou HT associée



# Pannes

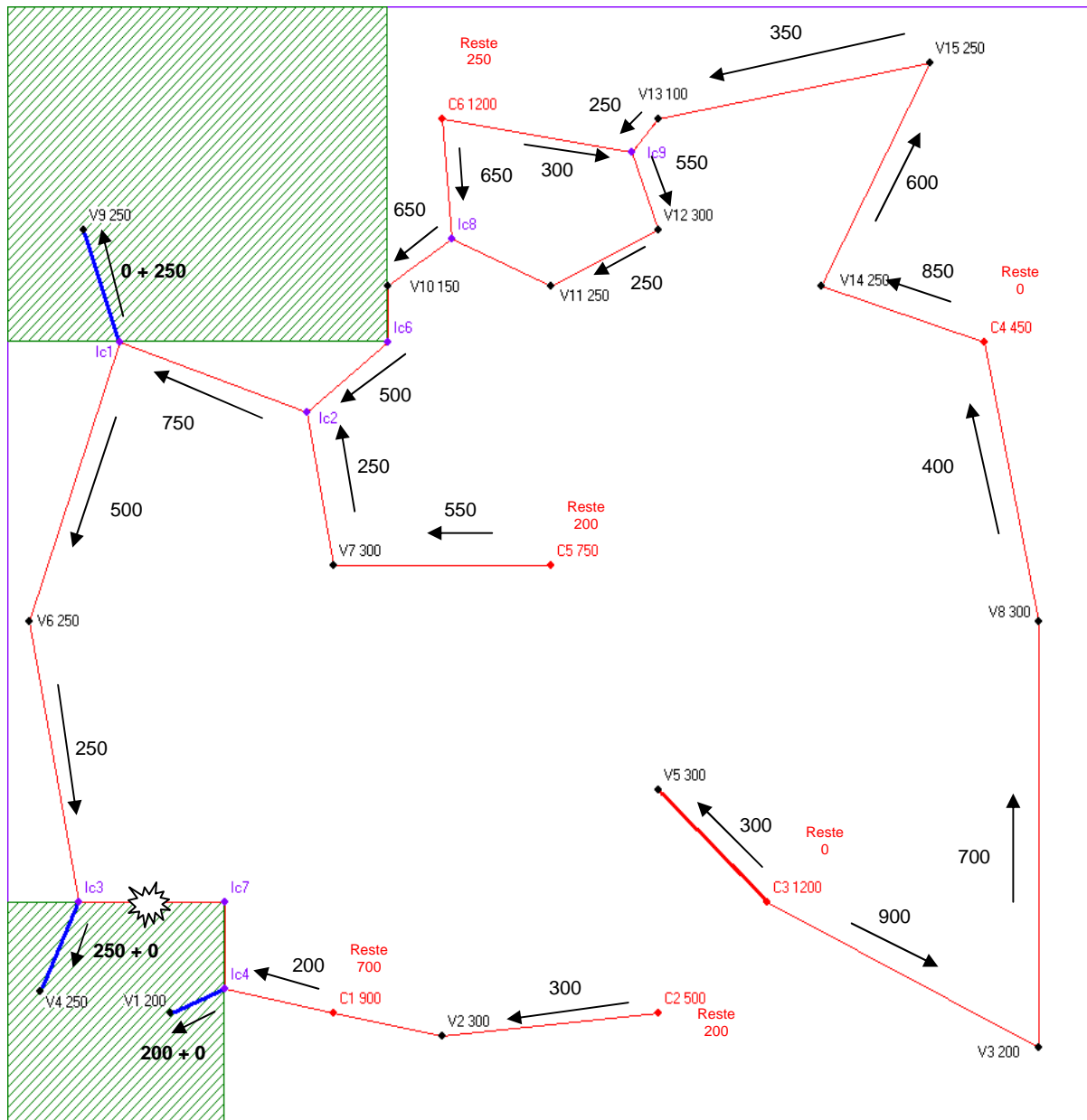
THT V6 → Ic3

Transformateur V6 sud ou HT associée



# Panne

THT Ic3 → Ic4



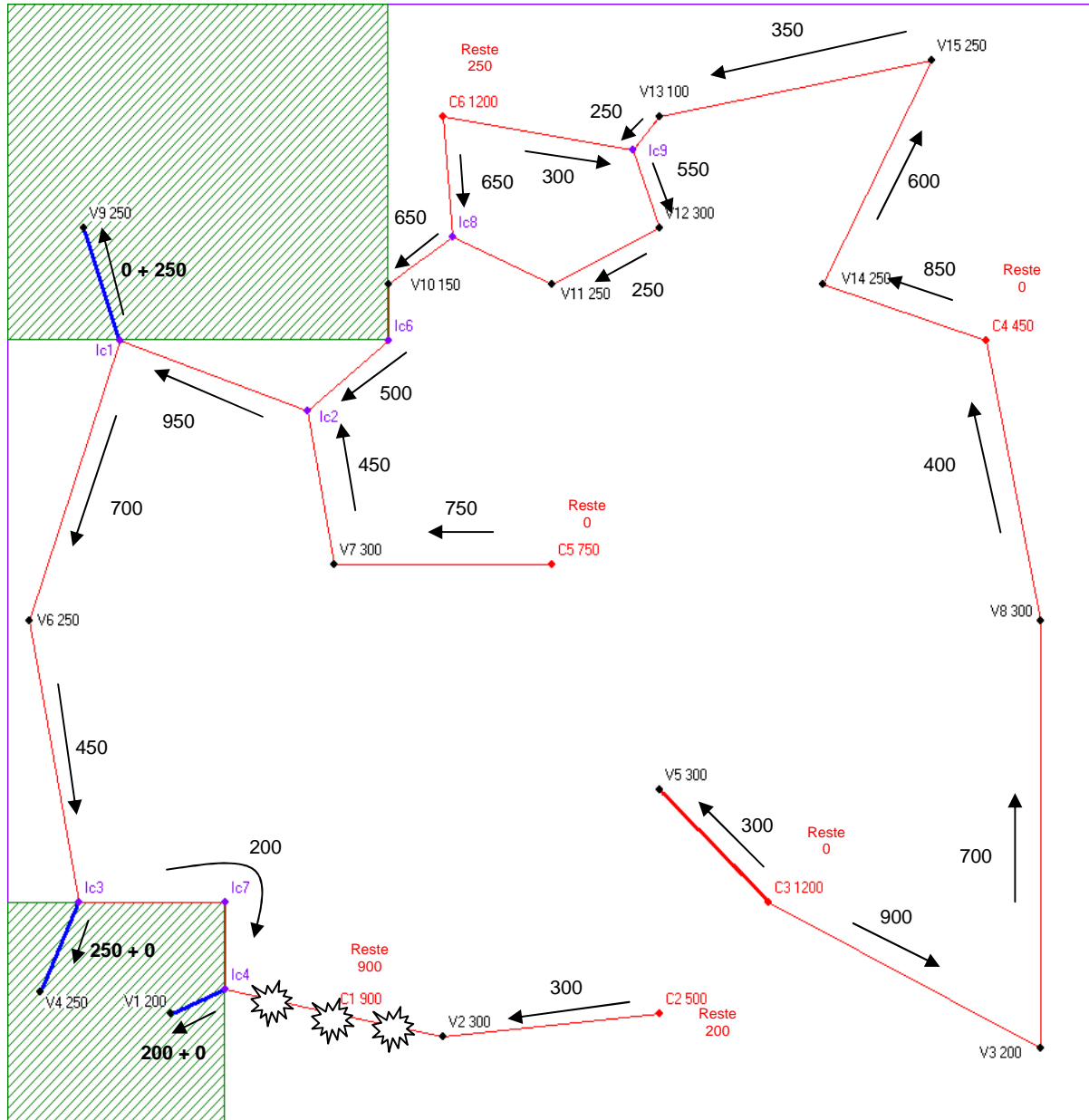
# Pannes

Centrale C1

THT C1 → V2

THT Ic4 → C1

Transformateur V2 ouest ou HT associée

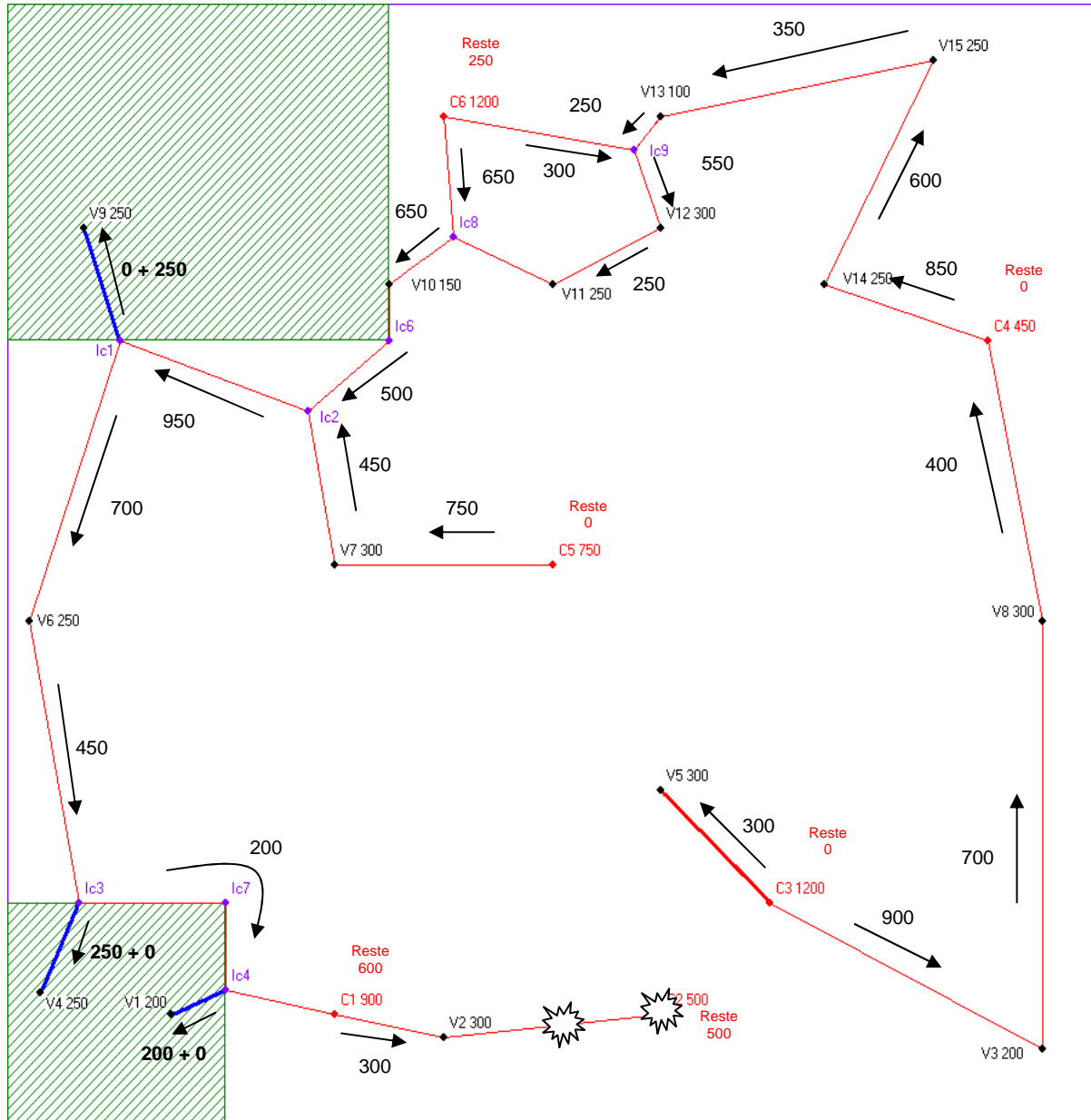


# Pannes

Centrale C2

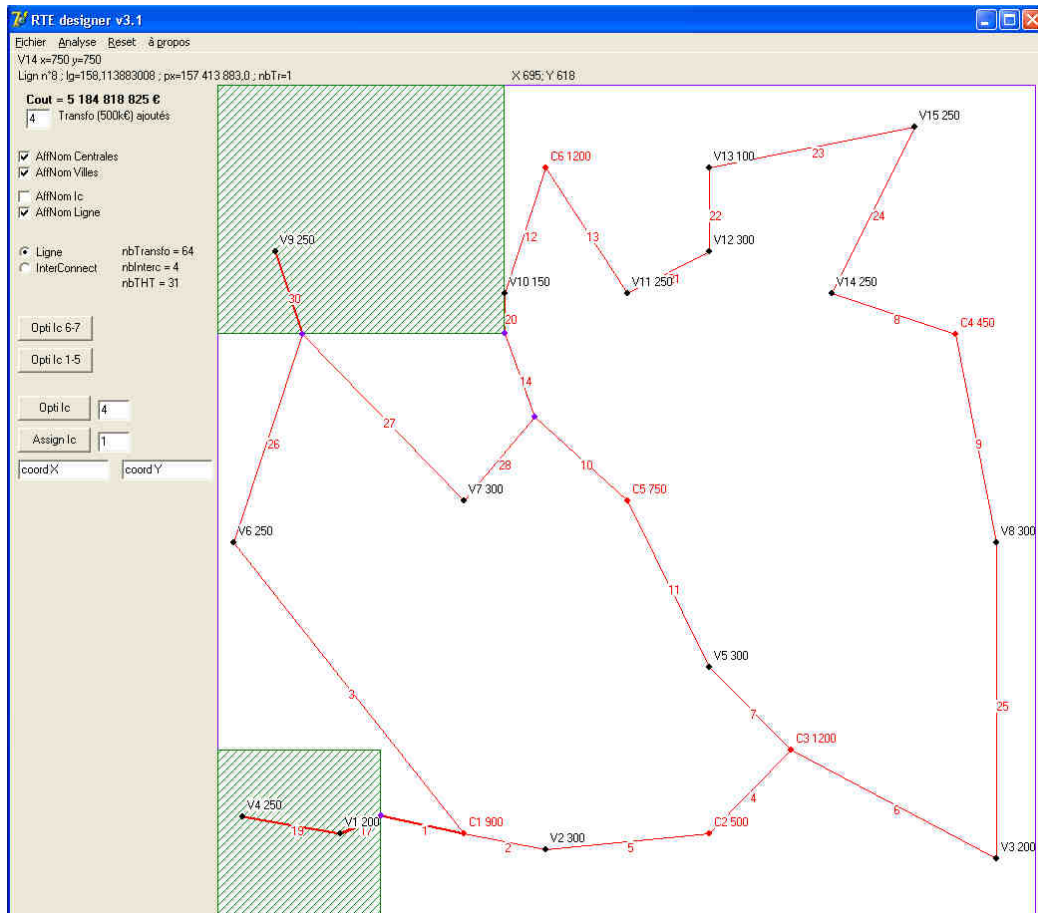
THT C2 → V2

Transformateur V2 est ou HT associée



## Annexe 2

Capture d'écran de l'IHM du logiciel de construction de réseau, de calcul automatique de position optimale d'interconnexions et de coût global du réseau *RTE designer* en version 3.1.



*Logiciel RTE designer v3.1*



## Annexe 3

Liste des lignes, de leur longueur et de leur coût.

Les chiffres présentés sont basés sur des placements d'interconnexions arrondis au mètre près tels qu'explicités au début du document. Les réductions de coût liées aux éventuelles portions d'un kilomètre de lignes HT et les coûts supplémentaires dus aux éventuels transformateurs sont inclus dans le coût de chaque ligne.

A	B	Type	Longueur (en km)	dont kilomètre(s) de ligne HT aérienne	Nombre transformateurs	Coût (en euros)
V5	C3	THT	141,42135624	1	1	141 221 356,24
V5	C3	THT	141,42135624	1	1	141 221 356,24
C3	V3	THT	281,78005607	1	1	281 580 056,07
V3	V8	THT	380	2	2	379600000
V8	C4	THT	254,95097568	1	1	254 750 975,68
C4	V14	THT	158,11388301	1	1	157 913 883,01
V14	V15	THT	223,60679775	2	2	223 206 797,75
V15	V13	THT	254,95097568	2	2	254 550 975,68
V13	Ic9	THT	39,68956222	1	1	39 489 562,22
Ic9	V12	THT	74,06255025	1	1	73 862 550,25
V12	V11	THT	111,80339887	2	2	111 403 398,87
V11	Ic8	THT	99,60364453	1	1	99 403 644,53
Ic8	C6	THT	108,50016592	0	0	108 500 165,92
C6	Ic9	THT	177,17917866	0	0	177 179 178,66
Ic8	V10	THT	72,91423732	1	1	72 714 237,32
V10	Ic6	THT	50	1	1	49800000
Ic6	Ic2	THT	97,23854216	0	0	97 238 542,16
Ic2	V7	THT	139,55226291	1	1	139 352 262,91
V7	C5	THT	200	1	1	199800000
Ic2	Ic1	THT	183,67075183	0	0	183 670 751,83
Ic1	V9	HT enterrée	105,27834008	0	1	105 778 340,08
Ic1	V9	HT enterrée	105,27834008	0	1	105 778 340,08
Ic1	V6	THT	263,39177832	1	1	263 191 778,32
V6	Ic3	THT	254,18339339	1	1	253 983 393,39
Ic3	V4	HT enterrée	87,69650778	0	1	88 196 507,78
Ic3	V4	HT enterrée	87,69650778	0	1	88 196 507,78
Ic3	Ic7	THT	134,074	0	0	134074000
Ic7	Ic4	THT	78,506	0	0	78506000
Ic4	V1	HT enterrée	54,42418613	0	1	54 924 186,13
Ic4	V1	HT enterrée	54,42418613	0	1	54 924 186,13
Ic4	C1	THT	102,28387965	0	0	102 283 879,65
C1	V2	THT	101,98039027	1	1	101 780 390,27
V2	C2	THT	200,99751242	1	1	200 797 512,42
<b>Total :</b>			<b>4 820,67471735</b>	<b>24</b>	<b>30</b>	<b>4 818 874 717,35</b>