FINALE INTERNATIONALE du 33e Championnat – A - Mercredi 28 août 2019

DEBUT TOUTES CATEGORIES

1. LA BALANCE (coefficient 1)
Pour chacun des deux dessins, le total des poids est plus lourd sur le plateau à droite.
Chaque carré représente un cube et chaque rond (disque) représente une bille.

Chaque cube pèse 5 grammes et chaque bille pèse un nombre entier de grammes, toujours le même.
Quel est, en grammes, le poids d'une bille ?

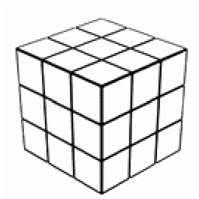
2. LE ROBOT (coefficient 2)
Une lettre représente toujours le même chiffre et deux lettres différentes représentent deux chiffres différents.
Le nom d'un robot représente le plus grand nombre de quatre chiffres écrit avec deux fois F, une fois J et une fois M.
Exactement une lettre est à la même place dans le nom du robot et dans FFJM.
Quel est le nom du robot ?

3. DE UN À SEIZE (coefficient 3)
Les nombres de 1 à 16 doivent être écrits dans les cases du tableau (un par case).
Deux nombres consécutifs doivent être écrits sur la même ligne ou dans la même colonne, mais trois nombres consécutifs ne doivent pas être écrits sur la même ligne ni dans la même colonne.
Cinq nombres sont déjà écrits.

	10		
1	13		
7			
		4	

Écrivez 16 dans la case où il devra être écrit.

4. FACE À FACE (coefficient 4)
Alice colle vingt-sept petits cubes entre eux pour former un grand cube.
Elle peint complètement certaines faces du grand cube.
Le vilain Cédric fait tomber le gros cube, qui éclate en vingt-sept petits cubes.



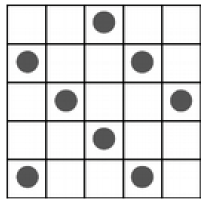
En les ramassant, il compte neuf petits cubes dont exactement deux faces sont peintes.
Combien de faces du grand cube Alice avait-elle peintes complètement ?

5. MALIN COMME UN SINGE (coefficient 5)
Deux enfants et deux chimpanzés jouent avec une balle.
C'est un enfant qui commence la partie.
Il envoie la balle à un chimpanzé.
Quand un chimpanzé reçoit la balle, il l'envoie à un joueur (enfant ou chimpanzé) qui ne l'a jamais envoyée.
S'il ne peut pas le faire, la partie s'arrête.
Quand un enfant reçoit la balle, il l'envoie à un joueur (enfant ou chimpanzé) qui n'est pas celui qui vient de lui envoyer la balle.
Combien de fois, au maximum, la balle sera-t-elle envoyée au cours de cette partie ?

FIN CATEGORIE CE

6. LE CRYPTARITHME DE L'ANNÉE (coefficient 6)
Une lettre représente toujours le même chiffre et deux lettres différentes représentent deux chiffres différents.
XYZ + YZX + ZTY = 2019.
Quel chiffre la lettre T représente-t-elle ?

7. DU VIDE, MAIS PAS TROP (coefficient 7)
Sur une grille 5 x 5, afin qu'une ligne ou qu'une colonne ne contienne jamais un bloc de trois cases consécutives vides, on doit placer au moins huit pions (dessin).



Sur une grille 6 x 6, afin qu'une ligne ou qu'une colonne ne contienne jamais un bloc de quatre cases consécutives vides, combien de pions, au minimum, doit-on placer ?

8. LA SUITE (coefficient 8)
Minh forme une suite avec les nombres de 1 à 5.
Il calcule la somme des quatre produits des termes consécutifs pris deux à deux.
Par exemple, si la suite est {1, 5, 2, 3, 4}, le calcul donne (1x5) + (5x2) + (2x3) + (3x4) = 5 + 10 + 6 + 12 = 33.
Quelle est la somme obtenue par Minh, sachant qu'elle est la plus petite possible ?

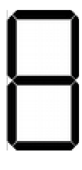
FIN CATEGORIE CM

Problèmes 9 à 18 : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9. DEVINE NOMBRE (coefficient 9)
Mathilde multiplie trois entiers naturels consécutifs.
Elle obtient un nombre de six chiffres, qui commence à gauche par 6 et qui finit à droite par 6.
Elle extrait le nombre de quatre chiffres écrit entre ces deux 6.
Elle le divise par 99.
Quel nombre Mathilde obtient-elle finalement ?

10. DES CARRÉS ET UN RECTANGLE (coefficient 10)
Les carrés unitaires d'un quadrillage régulier ont un centimètre de côté. Chaque côté d'un rectangle appartient à une ligne du quadrillage.
Le rectangle n'est pas plat (ses sommets ne sont pas alignés).
Exactement 24 carrés unitaires ont chacun au moins un sommet qui appartient à un côté du rectangle (éventuellement, ce sommet est confondu avec un sommet du rectangle).
Quelle est, en centimètres carrés, l'aire du rectangle ?
Note : Un rectangle peut être carré.

11. D'UN SEUL TENANT (coefficient 11)
Chaque segment d'un afficheur à 7 segments est ou éteint ou allumé.
Un affichage est d'un seul tenant lorsqu'au moins un segment est allumé et, si plusieurs segments sont allumés, lorsqu'ils sont tous connectés.



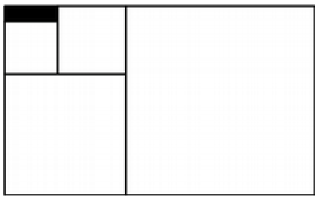
Combien d'affichages d'un seul tenant y a-t-il ?

FIN CATEGORIE C1

FINALE INTERNATIONALE du 33^{e} Championnat – A - Mercredi 28 août 2019

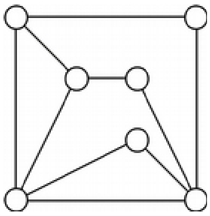
12. LE NOMBRE DE TRINITY (coefficient 12)
Le nombre de Trinity est un entier naturel strictement supérieur à 6.
Il est impossible de le décomposer en la somme de trois entiers naturels différents deux à deux tels que le plus petit divise le moyen et tels que le moyen divise le plus grand (comme par exemple 27 en 1 + 2 + 24 ou en 3 + 6 + 18).
Quel est le nombre de Trinity ?

13. LE LOTISSEMENT DE L'ANNÉE (coefficient 13)
Denis divise un grand terrain rectangulaire en quatre terrains carrés constructibles et un petit rectangle de servitude d'utilité publique (noir en haut à gauche sur le dessin).



Toutes les dimensions sont des nombres entiers de mètres.
Les aires des quatre terrains carrés totalisent 2019 mètres carrés.
Quelle est, en mètres carrés, l'aire du petit rectangle ?
Note : le dessin ne respecte pas les proportions.

14. UNE AUTORÉFÉRENCE (coefficient 14)
Un entier naturel doit être écrit dans chaque disque en respectant la consigne suivante : si N est écrit dans un disque, alors la somme des nombres écrits dans les disques directement reliés à lui doit être égale à 3N + 1.

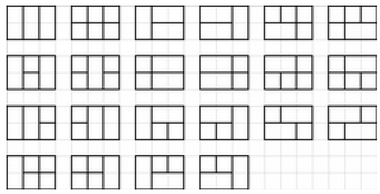


Quelle sera la somme des sept nombres ?

FIN CATEGORIE C2

15. AU SECOURS (coefficient 15)
Les navires Titanic et Carpathia se déplacent dans l'océan Atlantique, chacun à vitesse constante et en gardant le même cap (un cap pour chaque navire).
Les nombres de milles marins qui séparent le Titanic du Carpathia à 19 heures, 20 heures 10 minutes et 21 heures 30 minutes sont respectivement 22, 20 et 28.
À 23 heures 40 minutes, le Titanic rentre en collision avec un iceberg.
À cet instant, combien de milles marins, arrondis au plus près si nécessaire, séparent le Titanic du Carpathia ?

16. LES PAVAGES (coefficient 16)
Sur un quadrillage régulier, un monomino est un carré unitaire et un domino est la réunion de deux carrés unitaires se touchant au complet par un côté.
Avec des monominos et des dominos, on peut paver un rectangle 2 x 1 de deux façons, un carré 2 x 2 de sept façons, un rectangle 2 x 3 de vingt-deux façons (dessin).

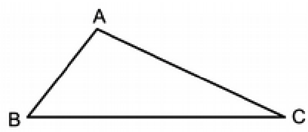


Toujours avec des monominos et des dominos, de combien de façons peut-on paver un rectangle 2 x 7 ?

FIN CATEGORIES L1, GP

17. LA RÉCUPÉRATION DES BILLES (coefficient 17)
Bob, Jean et Régine déposent respectivement 4 billes bleues, 5 billes jaunes et 6 billes rouges au fond du même sac.
Le Mage Hic pioche au hasard les billes dans le sac, une par une, pour rendre les bleues à Bob, les jaunes à Jean et les rouges à Régine.
Quelle est la probabilité que Jean soit le premier qui récupère toutes ses billes ?
Vous répondrez sous la forme d'une fraction irréductible.

18. LE PARC DU PÈRE LEDUITRE (coefficient 18)
Le parc ostréicole du Père Leduitre a la forme d'un triangle ABC dont le côté [AB] mesure 100 mètres et dont les deux autres côtés mesurent des nombres entiers de mètres.



L'angle au sommet A est obtus et l'angle au sommet B vaut le double de l'angle au sommet C.
Quel est, en mètres, le périmètre du parc ?
Éventuellement, vous prendrez $\sqrt{3} \approx 1{,}732$.

FIN CATEGORIES L2, HC

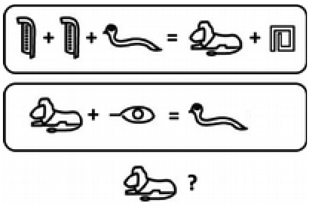
FINALE INTERNATIONALE du 33e Championnat – B – Jeudi 29 août 2019

DEBUT TOUTES CATEGORIES

1. LES PHOTOS (coefficient 1)
Fifi a pris des photos de cinq enfants.
Chaque enfant se trouve sur deux ou trois photos.
On compte exactement quatre enfants sur chaque photo.
Combien de photos Fifi a-t-elle prises?

2. UN TRAVAIL HERCULÉEN (coefficient 2)
Héraclès va combattre un monstre qui a un corps de serpent et plusieurs têtes.
Pour le vaincre, il devra couper, une par une, toutes ses têtes.
Mais, chaque fois qu'Héraclès aura coupé trois têtes, une nouvelle tête repoussera immédiatement.
Il vaincra le monstre en coupant huit têtes au total.
Avant le combat, combien de têtes le monstre a-t-il ?

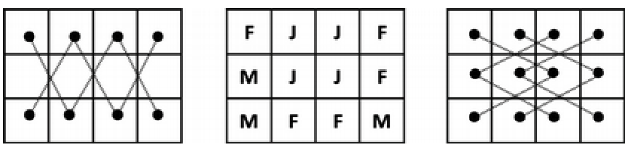
3. LE LION D'ÉGYPTE (coefficient 3)
En vieil égyptien, cinq symboles représentent les nombres de 1 à 5.
Un symbole représente toujours le même nombre et deux symboles différents représentent deux nombres différents.



Chacun des deux dessins encadrés correspond à une addition correcte.
Quel nombre est représenté par le symbole ressemblant à un lion ?

4. LES JOURS DE SOLEIL (coefficient 4)
Sur internet, la publicité pour un hôtel de Maths-Plage annonce, preuves météorologiques à l'appui, 29 jours de soleil au mois de juillet.
Combien de jours, au minimum, faut-il séjourner à l'hôtel pour être sûr d'avoir (au moins) deux jours de soleil consécutifs au mois de juillet ?
Note : le mois de juillet compte 31 jours.

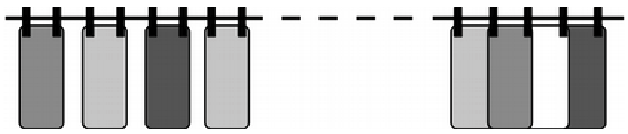
5 LE CAVALIER (coefficient 5)
À chaque saut, le cavalier se déplace selon la diagonale d'un rectangle de deux cases sur trois (dessin à gauche) ou de trois cases sur deux (dessin à droite).
Il est toujours positionné au centre d'une case.
Chaque segment qui joint deux ronds noirs représente un saut possible.



On lit les lettres (dessin au milieu) dans l'ordre selon lequel le cavalier pourrait parcourir les cases où elles sont écrites.
De combien de façons peut-on lire FFJM ?

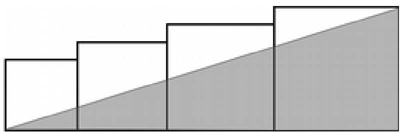
FIN CATEGORIE CE

6. LES SERVIETTES (coefficient 6)
Denise doit faire sécher dehors 19 serviettes en les étendant sur un fil très long.
Elle dispose de 33 pinces à linge.
Denise commence (tout à gauche sur le dessin) en utilisant deux pinces à linge par serviette.
À un moment donné, elle se rend compte (elle aurait pu le faire avant) qu'elle n'aura pas assez de pinces à linge si elle continue ainsi.
Du coup, Denise continue (vers la droite) en utilisant une pince à linge à chaque endroit où deux serviettes sont juxtaposées.



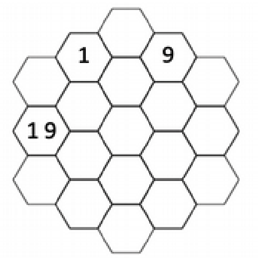
Finalement, elle réussit en utilisant toutes les pinces à linge.
Lorsque Denise s'est rendue compte qu'elle ne pouvait plus utiliser deux pinces à linge par serviette, combien de serviettes lui restait-il à étendre ?

7. L'ESCALIER GÉANT (coefficient 7)



Le dessin représente un monument en forme d'escalier géant.
La hauteur de chaque marche (la différence entre les côtés de deux carrés consécutifs) est 1 mètre.
La frontière entre la lumière du soleil et l'ombre (surface grise) va en ligne droite du sommet de carré en bas à gauche au sommet de carré en haut à droite.
L'aire de l'ombre est 77 mètres carrés.
Quel est, en mètres, le côté du carré le plus petit ?

8. MAYA FAIT SON NUMÉRO (coefficient 8)
Les nombres de 1 à 19 doivent être écrits dans la ruche de Maya, l'abeille bien connue (un par case hexagonale).
Deux nombres consécutifs doivent être écrits dans deux cases partageant un côté.
Trois nombres sont déjà écrits.



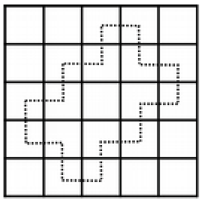
Écrivez 13 dans une case de sorte qu'il y ait exactement une façon d'écrire les quinze nombres restants.

FIN CATEGORIE CM

Problèmes 9 à 18 : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

FINALE INTERNATIONALE du 33e Championnat – B – Jeudi 29 août 2019

9. LA TOUR SAOULE (coefficient 9)
Sur une grille, une tour saoule peut se déplacer de n'importe quelle case vers n'importe quelle case partageant un côté avec elle, mais les directions de deux mouvements consécutifs doivent être perpendiculaires.
Elle ne doit jamais passer deux fois par la même case.



Sur une grille 5 x 5, la tour saoule peut parcourir un circuit fermé en passant, au maximum, par seize cases (trait pointillé sur le dessin).
Sur une grille 7 x 7, la tour saoule peut parcourir un circuit fermé en passant, au maximum, par combien de cases ?

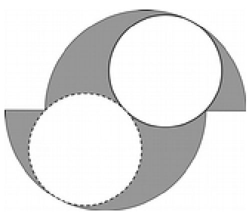
10. LES LINGOTS (coefficient 10)
Picsou possède des lingots qui pèsent des nombres entiers de kilos (plusieurs lingots peuvent peser le même poids).
Le total des poids est égal à 60 kilos.
On peut répartir les lingots successivement en 4 piles, puis en 5 piles et enfin en 6 piles de sorte que, pour chacune des trois répartitions, les poids des piles soient tous identiques (respectivement 15, 12 et 10 kilos).
Combien de lingots, au minimum, Picsou possède-t-il ?

11. UN, DEUX, TROIS, ... (coefficient 11)
Après la virgule du développement décimal de la fraction $\frac{1001}{998999}$, il y a le chiffre 1 au rang 3, le chiffre 2 au rang 6, le chiffre 3 au rang 9 : 0,001002003...
À quel rang le chiffre 4 apparaîtra-t-il pour la première fois ?

FIN CATEGORIE C1

12. LES RESTES (coefficient 12)
Un nombre entier naturel non nul est égal à la somme des trois restes obtenus en le divisant respectivement par 796, par 1024 et par 1358. **Quel est ce nombre ?**

13. LA TRANCHEUSE DE JAMBON (coefficient 13)
Le dessin représente la coupe d'une trancheuse de jambon.
Les deux grands demi-disques (coque de la machine en bas et chariot coulissant en haut) ont le même rayon, 224 millimètres.
Les deux petits disques (lame circulaire en bas et support du jambon à trancher en haut) ont le même rayon.



Quel est, en millimètres arrondis au plus près si nécessaire, ce rayon, sachant qu'il est le plus grand possible ?
Note : tous les contacts sont parfaits.

14. UNE FORMULE TAMOULE (coefficient 14)
Comme les tamouls le faisaient il y a vingt-cinq siècles, Pitchoun calcule l'hypoténuse d'un triangle rectangle en additionnant les sept huitièmes du grand côté de l'angle droit et la moitié du petit côté de l'angle droit.
On choisit deux triangles rectangles à côtés entiers, qui ont la même hypoténuse mais qui ne sont pas égaux.
Dans les deux cas, le calcul de Pitchoun donne la valeur exacte.
Quelle est l'hypoténuse, sachant qu'elle est strictement inférieure à 150 ?

FIN CATEGORIE C2

15. LES NOMBRES AUTONOMES (coefficient 15)
Un nombre autonome est un entier naturel.
Son écriture n'utilise pas le chiffre 0.
Son écriture n'utilise aucun chiffre plus de neuf fois.
Lorsque l'on compte les chiffres utilisés, pris dans l'ordre croissant, on reconstitue le nombre de gauche à droite.
Le plus petit nombre autonome après 22 (deux 2) est 21322314 (deux 1, trois 2, deux 3, un 4).
Le plus grand nombre autonome est 613223141526171819 : il est impair, divisible par 9 mais pas par 11.
Quel nombre autonome est impair, divisible par 11 mais pas par 9 ?

16. SIX PRODUITS SERRÉS (coefficient 16)
On écrit les nombres de 1 à 9 dans un tableau 3 x 3 (un par case).
On calcule les produits des nombres sur les lignes et dans les colonnes.
Les six résultats obtenus doivent être différents deux à deux.
Le score du tableau est le rapport du plus grand au plus petit.
Par exemple, le score du tableau ci-contre est 105/45 = 7/3 (les résultats sont 72, 105, 48, 84, 45 et 96).

2	**9**	**4**
7	**5**	**3**
6	**1**	**8**

Quel est, au minimum, le score d'un tableau ?
Vous répondrez sous la forme d'une fraction irréductible.

FIN CATEGORIES L1, GP

17. LES ÎLES DU LAC (coefficient 17)
Huit points d'observation sont disposés autour d'un grand lac circulaire qui comprend plusieurs îles.
On assimile le lac à un disque, les points d'observation à des points distincts deux à deux sur le contour circulaire (leur répartition peut ne pas être régulière) et les îles à des points distincts deux à deux dans la région intérieure.
Chacun des vingt-huit segments qui joint deux points d'observation contient au moins une île.
Quel est, au minimum, le nombre d'îles ?

18. HACKER VAILLANT, RIEN D'IMPOSSIBLE (coefficient 18)
Afin de gagner le super-bonus d'un jeu en ligne, il faut composer le bon code.
À chaque sommet d'un polygone, il faut choisir un nombre, 0 ou 1, et choisir une couleur, bleu ou rouge.
Pour chaque côté du polygone, si les nombres aux deux extrémités ne sont pas égaux, alors les couleurs à ces deux extrémités doivent être identiques.
Le programme informatique d'un hacker met une seconde pour tester un code.
Par exemple, lorsque le polygone est un triangle, il met 28 secondes, au maximum, pour gagner.
Lorsque le polygone est un hexagone, le programme informatique du hacker met combien de temps, au maximum, pour gagner ?
Vous répondrez en minutes et en secondes (de 0 à 59).

FIN CATEGORIES L2, HC