<u>La suite du jeu du matheux confiné</u>

Bernard Dupuy

<u>Question 26</u> : On se place sur une droite, M désigne un point mobile sur la droite, A et B en sont 2 points fixés.

Les points A et B constituent 2 éléments distincts de la droite, et ils déterminent 3 ensembles distincts, à savoir le segment]AB[ouvert et les 2 ½ droites ouvertes]<∞ A[t]B ∞>[. Où « <∞ » est l'infini à gauche de A, et « ∞> » est l'infini à droite de B … On peut considérer ces 5 éléments, soit seuls, soit associés par 2, ou par 3, ou par 4. Il y a donc $C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 = 5 + 10 + 10 + 5 = 30$ façons de les « grouper » !

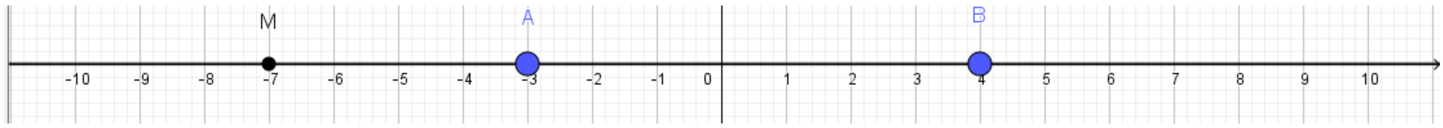
On peut alors écrire, par exemple : M Є [AB] ⇔ MA + MB = AB. Vu ? Il y a donc 30 relations possibles (ou + !)

Dans le tableau suivant, associer les propositions possibles de gauche aux relations possibles de droite.

a	M Є [B ∞>[	1	MA + MB = AB
b	M Є]<∞ A[⍰]B ∞>[	2	(MA + MB – AB)/(MB) = 0
c	M Є]<∞ B[	3	MA + MB > AB
d	M Є [AB[ouvert en B	4	MB + AB = MA
e	M Є [AB] fermé	5	(MB = MA + AB) OU (MA + MB = AB)

Réponses 26	**a →**	**b →**	**c →**	**d →**	**e → 1**

<u>Question 27</u> : On se place dans les conditions de la 1ère question, mais avec un repère de la droite.



Le point A a pour abscisse -3, et le point B +4. Il s'agit d'écrire des équations avec les abscisses x de M, a de A et b de B ; par exemple : M Є [AB] ⇔ |x- a| + |x - b| = |a - b|. Soit ici |x + 3| + |x - 4| = 7. Vu ?

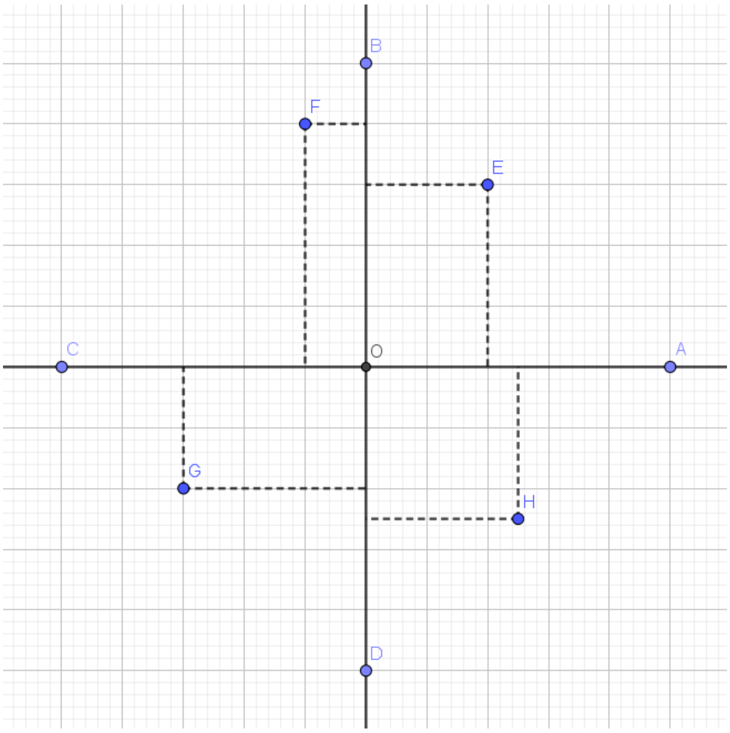
Dans le tableau suivant, associer les propositions possibles de gauche aux équations de droite.

a	M Є [B ∞>]	1	|x + 3| + |x - 4| = 7
b	M Є]<∞ B[	2	(|x + 3|+ x + 3) (|x - 4| - x + 4) = 0
c	M Є [AB]fermé	3	|x - 4| + x – 4 =0
d	M Є]AB[ouvert	4	(|x + 3| + |x - 4| - 7) / [(x + 3)(x - 4)] = 0
e	M Є]<∞ A[⍰]B ∞>[	5	|x - 4| = x - 4

Réponses 27	**a →**	**b →**	**c → 1**	**d →**	**e →**

<u>Question 28</u> : On se place maintenant dans le plan. Voici un dessin sur quadrillage de 1 cm de côté.

Compter les carreaux, et remplir les 3 colonnes de droite. Que constate-t-on ?



point	Distance à (BC)	Distance à (AC)	Somme des
E			
F			
G			
H			
A			
B			
C			
D			

Sur quelle figure se trouvent ces 8 points ?	**Réponse 28 →**

Si M(x ; y) est un point du plan, $|x|$ exprime la distance de M à l'axe des ordonnées, et $|y|$ celle à l'axe des abscisses ? Une équation de la figure cherchée est donc alors : $\mathbf{|x|+|y|=5}$ …

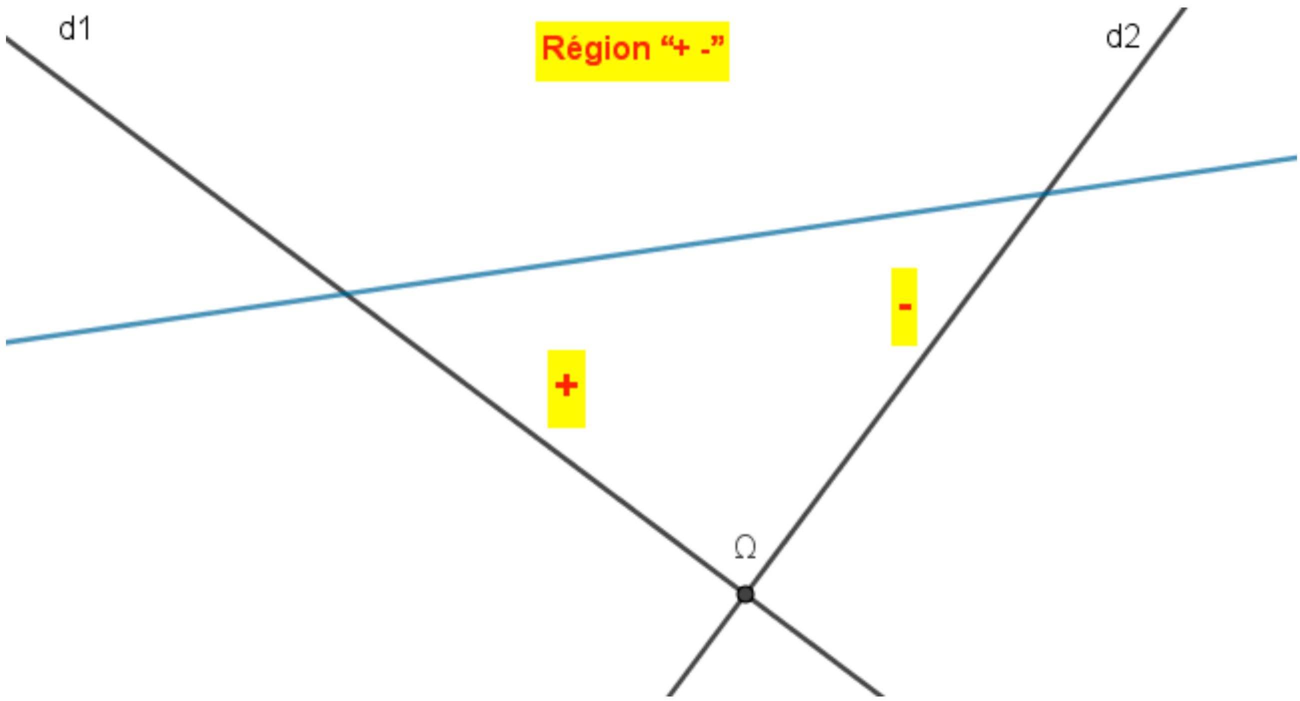
<u>Question 29</u> : On se place maintenant dans un repère orthonormé du plan. Et on se donne l'équation suivante : $\mathbf{|0.6x + 0.8y - 4.8| + |0.8x - 0.6y - 1.4| = 5}$. (où 0.6 = 0,6 …)

Vous vous souvenez, sans doute, qu'une expression f(x ;y) = ax + by + c, avec a et b non tous deux nuls, est l'équation d'une droite dans un repère du plan … et que $|f(x0\,;y0)|/\sqrt{a^2+b^2}$ est la distance du point M(x0 ;y0) à cette droite (en repère orthonormé). Dans « notre » équation on a $\sqrt{a^2+b^2} = 1$.

Elle exprime donc que la somme des 2 distances d'un point courant M(x ;y) à ces 2 droites vaut 5 !

a) Montrer que ces 2 droites sont perpendiculaires en un point Ω (? ;?). Faire une figure.
b) De plus f(x ;y) > 0 d'un côté de la droite, et f(x ;y) < 0 de l'autre côté … établir les signes associés aux 2 droites, sur la figure précédente. On aura ainsi 4 régions « + + » , « + - », « - - » et « - + » …

c) Dans chacune des 4 régions du plan, écrire l'équation proposée, SANS les valeurs absolues, et tracer la droite correspondante. Par exemple dans la région « + - », on aura **0.6x + 0.8y - 4.8 > 0** et **0.8x - 0.6y - 1.4 < 0**, donc l'équation devient : **(0.6x + 0.8y - 4.8) – (0.8x - 0.6y - 1.4) = 5**, ce qui donne finalement : - 0.2 x + 1.4 y – 3.4 = 5, soit … **- 0.2 x + 1.4 y -8.4 = 0** … droite en bleu.



Après avoir tracé une droite, ne garder que la « portion » correspondant à la région du plan.

Que donnent finalement les 4 « morceaux » de droites ?	**Réponse 29 →**

d) On peut démontrer les théorèmes et le corollaire suivants, essayez !

<u>Théorème</u> : Etant données 2 droites perpendiculaires du plan, et un réel positif r, l'ensemble des points M du plan, qui se projettent en I et en J sur les 2 droites, et tels que MI + MJ = r, est un carré.

Ce carré a pour (supports des) diagonales les 2 droites, et ses 4 sommets sont sur ces 2 droites, à la distance r de leur intersection, centre du carré.

<u>Corollaire</u> : De plus, MI + MJ < r caractérise les points strictement intérieurs au carré, et MI + MJ > r caractérise les points strictement extérieurs au carré.

<u>Question 30</u> : On va maintenant examiner 3 cas concrets d'équations, en utilisant la même méthode que pour la question précédente, en découpant le plan en 4 régions …

a) $|0.6x + 0.8y - 4.8| + |0.6x - 0.8y - 1.4| = 5$
b) $0.3\,|0.6x + 0.8y - 4.8| + 0.7\,|0.6x - 0.8y - 1.4| = 2.5$
c) $0.3\,|0.6x + 0.8y - 4.8| + 0.7\,|0.8x - 0.6y - 1.4| = 2.5$

Quelles figures obtient-on ?

Réponses 30 →	**a →**	**b →**	**c →**