

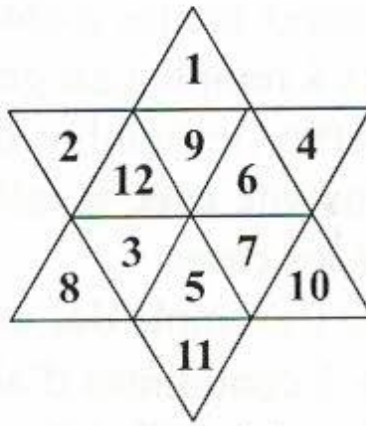
**Fin du jeu du matheux re-confiné :
série 3 : Noël et le Nouvel An...**

(Dominique SOUDER)

Exercice 1 : L'étoile de Noël indique la voie vers 2021...

Voyez l'étoile hexagonale croisée ci-dessous constituée des 12 nombres de 1 à 12. Parallèlement aux 3 côtés, ceci pour les 2 grands triangles équilatéraux, vous pouvez réaliser 6 alignements de 5 nombres, qui donnent tous le total constant magique égal à 33.

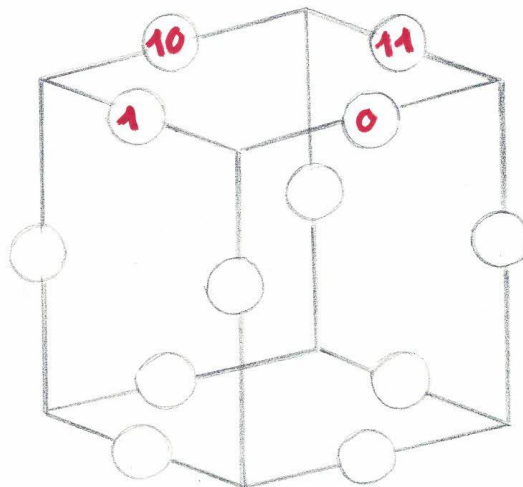
Saurez-vous construire une telle étoile ayant pour somme magique 2021, constituée de 12 nombres se succédant en progression arithmétique ?



Exercice 2 : Le parcours confiné sur le cube

On a réussi à attribuer chacun des entiers de 0 à 11 aux 12 arêtes d'un cube, de façon que le total des 4 nombres sur les 4 côtés de chacune des 6 faces soit toujours (tristement) le même.

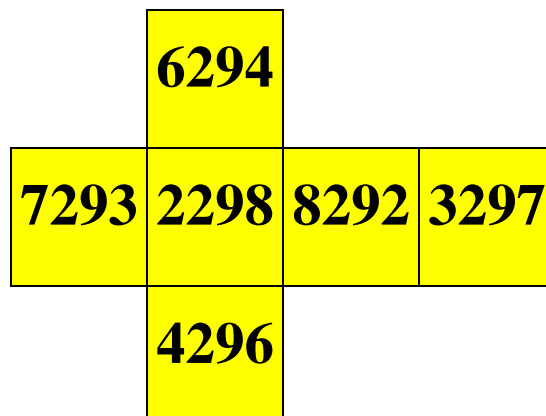
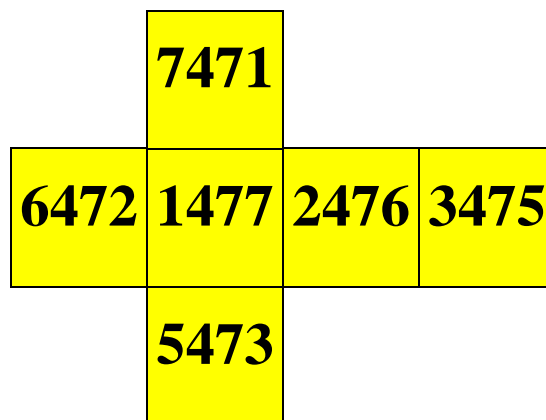
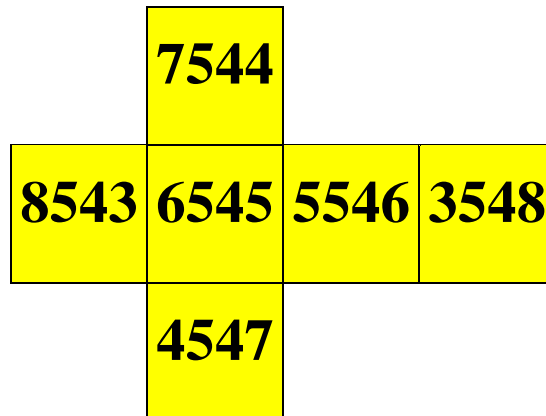
La face supérieure du cube contient, dans le sens de parcours des aiguilles d'une montre, les nombres 0, 1, 10, 11. Je vous laisse d'abord placer judicieusement les 8 autres nombres...



On souhaite placer sur le cube, selon ce modèle, 12 nombres en progression arithmétique, et tels que le total des 4 nombres sur les 4 côtés de chacune des 6 faces soit toujours le millésime d'une année. Quelles sont les 2 prochaines futures années où cela sera possible ?
 (Sur le bulletin réponse figurent 3 cubes à compléter : De gauche à droite celui avec les nombres de 0 à 11, puis celui de la 1^{ère} année future, et enfin celui de la 2^e année.)

Exercice 3 : La magie de Noël

Voici du matériel que j'ai conçu pour réussir un tour de mathémagie : ce sont 3 cubes numériques dont voici les patrons ci-dessous :



Les nombres choisis me permettent de calculer d'un coup d'œil le total des 3 faces supérieures, mais tel n'est pas l'objet de cet exercice, où seul le spectateur pourra voir les dés...

Voici comment se déroulera le tour...

En dehors des yeux du magicien, un spectateur lance les 3 dés, note les trois résultats obtenus sur les 3 faces supérieures, les additionne grâce à une calculatrice prêtée par le magicien, et obtient un nombre de quatre ou cinq chiffres selon les cas.

Le spectateur doit jeter à nouveau les trois cubes, noter les trois nouveaux résultats et les ajouter, ce qui prouve souvent, en passant, que les cubes ne sont pas truqués car les sommes se trouvent être, la plupart du temps, différentes pour les deux lancers, pouvant avoir même quatre ou cinq chiffres selon les cas.

Le magicien, toujours éloigné du travail du spectateur, demande à celui-ci de prélever du plus grand total des deux lancers la valeur du plus petit. Si le spectateur dit que comme les nombres étaient égaux la différence fait 0, alors le magicien demande de recommencer un lancer pour obtenir deux lancers différents et une différence non nulle.

Le magicien demande au spectateur de bien vouloir lui dire le chiffre des unités (donc le chiffre de droite) du résultat de cette soustraction, et aussi de lui dire s'il a trois, quatre ou cinq chiffres.

Le magicien dit qu'il connaît alors les autres chiffres du résultat de la soustraction...

Quel est le résultat que devine le magicien si le spectateur déclare :

- Le chiffre des unités est un 2, et le résultat est à quatre chiffres ?

Que devine le magicien si le spectateur déclare :

- Le chiffre des unités est un 7, et le résultat est à cinq chiffres ?

Que devine le magicien si le spectateur déclare :

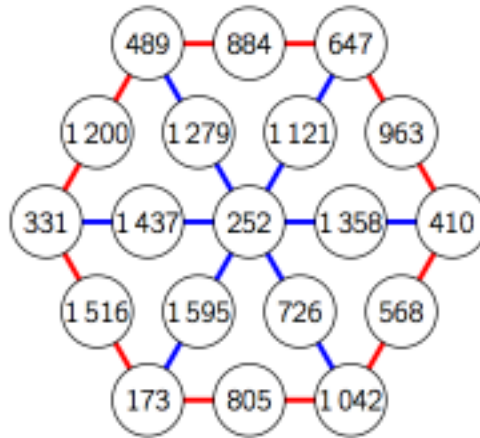
- Le chiffre des unités est 9, et le résultat est à trois chiffres ?

Exercice 4 : Les roues magiques

Voici une carte de vœux, mathémagique, envoyée au début de l'an 2020.

Bonne année 2020 aux habitants de l'hexagone !

La somme des trois nombres sur chacun des six rayons (bleus) de la roue et la somme des trois nombres sur chacun des six segments de bordure (rouges) de la roue est constant, et vaut : **2020**.



Peut-on faire une roue ayant les mêmes propriétés (somme constante de 3 nombres sur les rayons et sur les côtés) avec les 19 entiers consécutifs de 0 à 18 ?

Pouvez-vous faire une carte de vœux sur ce modèle pour 2021 ?

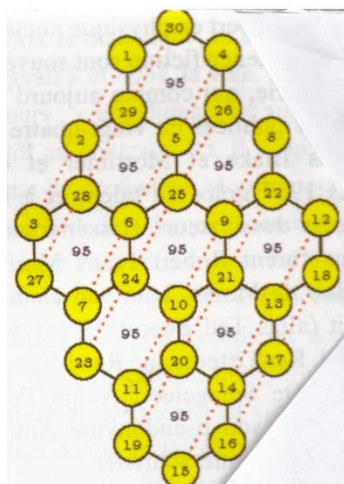
(Sur le bulletin réponse vous trouverez 2 roues à compléter : l'une pour les nombres de 0 à 18, l'autre pour la carte de vœux de 2021).

Un professeur, Arnaud, fait étudier à sa classe ce problème, et comme il trouve beaucoup de roues magiques solutions, il aimerait que tous les élèves de la classe réalisent chacun une roue différente et donc une carte de vœux différente. Quel est nombre maximum d'élèves que le professeur peut avoir dans sa classe ?

Exercice 5 : Fêtons 2021, à l'ancienne

Imaginons Monsieur Tout-le-Monde, découvrant dans un article de l'excellente revue Tangente n°182, des graphes magiques à réseau hexagonal créés par l'aristocrate Choi Seok Jong (fonctionnaire coréen : 1646 - 1715).

Il s'agit d'écrire les nombres de 1 à n aux n sommets du réseau, de façon à avoir, pour somme des six nombres de tout hexagone représenté, le même nombre qui sera la constante magique associée à ce dessin. Par exemple avec les nombres de 1 à 30 placés dans un réseau de 30 sommets on peut obtenir un réseau de constante magique 95 comme sur la figure ci-dessous.

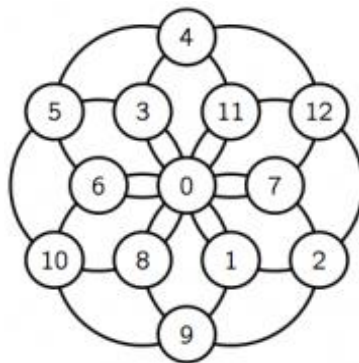


Monsieur Tout-le-Monde admire, mais ne se sent pas capable de trouver seul d'autres réseaux de sommes magiques différentes avec les mêmes nombres de 1 à 30. Mais Monsieur Tout-le-Monde souhaiterait envoyer **une carte de vœux originale** à ses amis à l'occasion du nouvel an, **millésime 2021**. Il a l'idée de faire usage du joli travail de Choi Seok Jong, sans trop se casser la tête.

Il se demande comment, à partir de la constante 95, **fabriquer un réseau de constante magique 2021** ? Monsieur Tout-le-Monde est exigeant : **les nombres utilisés dans un tel réseau pourraient-ils être consécutifs**, comme c'était le cas dans les travaux de Choi Seok Jong ? Aidez-le ! (Complétez la figure sur le bulletin réponse)

Exercice 6 : Le bouquet final

La figure ci-dessous :



me fait penser à un feu d'artifice où des explosions colorées simultanées se propageraient dans le ciel selon 6 cercles allant en s'élargissant. Vérifiez :

« La somme des cinq nombres sur chaque cercle est égale à 26. »

Sur ce modèle, et en utilisant 12 nombres en progression arithmétique, pourriez-vous construire une figure dans laquelle la somme des cinq nombres sur chaque cercle est égale à 2021 ? (Complétez la figure sur le bulletin réponse)

Combien de couples différents (nombre central, raison de la progression) donnent des solutions ?

Cadeau du Père Noël :

(à lire au cas où vous auriez du mal avec les 3 derniers exercices...,

et pour le plaisir si vous les avez résolus) :

Je vous conseille la lecture de l'excellent article de mon jeune collègue Arnaud GAZAGNES, dont voici le lien : <http://maths.enseigne.ac-lyon.fr/spip/spip.php?article697&lang=fr>

Vœux pour le Nouvel An 2021 :

Que cette année vous permette de développer votre créativité et votre confiance en vous, tout en conservant l'esprit ludique de votre enfance, dans la convivialité...